

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2005-2006**

*Prova scritta intermedia del 23.11.2005*

Compito A

**Esercizio 1.** Determinare per quali valori dei parametri reali  $a$  e  $b$  il seguente sistema lineare risulta compatibile e trovarne le soluzioni :

$$\begin{cases} x + y + az + bw = 0 \\ x + y - az + bw = a + b \\ ax + ay - b^2z + (2ab)w = 0 \end{cases} .$$

**Esercizio 2.**

Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}_4[x]$  dei polinomi a coefficienti reali di grado minore o uguale a 4, sia  $V$  il sottospazio generato da  $p_1(x), p_2(x)$  e  $p_3(x)$  dove

$$p_1(x) = 3x^3 + 2x^2 - x + 1 \quad p_2(x) = x^4 + x^3 + 2x^2 + x \quad p_3(x) = 3x^4 + 4x^3 + 3$$

e sia  $W$  il sottospazio generato da  $q_1(x)$  e  $q_2(x)$  dove

$$q_1(x) = -x^3 + 2x^2 + 2x + 7 \quad q_2(x) = 3x^4 + 7x^3 + 2x^2 - x + 4.$$

- a) Trovare la dimensione di  $V$  e quella di  $W$ .
- b) Trovare la dimensione di  $V \cap W$ .
- c) Trovare la dimensione di  $V + W$  e una sua base.

**Esercizio 3.** Siano  $A, B$  e  $C$  una matrice quadrata reale di ordine 3. Supponiamo  $A$  di rango 3,  $B$  di rango 2 e  $C$  di rango 1.

*Vero o Falso:*

- a)  $\det(ACB) = 0$
- b)  $\det(AC - B) = 0$
- c)  $\det(AC + CB) = 0$ .

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2005-2006**

*Prova scritta intermedia del 23.11.2005*

**Compito B**

**Esercizio 1.** Determinare per quali valori dei parametri reali  $a$  e  $b$  il seguente sistema lineare risulta compatibile e trovarne le soluzioni :

$$\begin{cases} x + 2y + az + bw = 0 \\ x + 2y - az + bw = a + b \\ ax + 2ay - b^2z + (2ab)w = 0 \end{cases} .$$

**Esercizio 2.**

Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}_4[x]$  dei polinomi a coefficienti reali di grado minore o uguale a 4, sia  $V$  il sottospazio generato da  $p_1(x), p_2(x)$  e  $p_3(x)$  dove

$$p_1(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + x \quad p_2(x) = 3x^4 + 4x + 3 \quad p_3(x) = 2x^3 + 2x^2 - x + 7$$

e sia  $W$  il sottospazio generato da  $q_1(x)$  e  $q_2(x)$  dove

$$q_1(x) = 3x^4 + 2x^3 - x^2 + 7x + 4 \quad q_2(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 1.$$

- Trovare la dimensione di  $V$  e quella di  $W$ .
- Trovare la dimensione di  $V \cap W$ .
- Trovare la dimensione di  $V + W$  e una sua base.

**Esercizio 3.** Siano  $A, B$  e  $C$  una matrice quadrata reale di ordine 3. Supponiamo  $A$  di rango 2,  $B$  di rango 1 e  $C$  di rango 1.

*Vero o Falso:*

- $\det(ACB) = 0$
- $\det(AC - B) = 0$
- $\det(AC + CB) = 0$ .

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2005-2006**

*Prova scritta intermedia del 23.11.2005*

Compito C

**Esercizio 1.** Determinare per quali valori dei parametri reali  $a$  e  $b$  il seguente sistema lineare risulta compatibile e trovarne le soluzioni :

$$\begin{cases} x - y + az + bw = 0 \\ x - y - az + bw = a + b \\ ax - ay - b^2z + (2ab)w = 0 \end{cases} .$$

**Esercizio 2.**

Nello spazio vettoriale  $\mathbb{R}_4[x]$  dei polinomi a coefficienti reali di grado minore o uguale a 4, sia  $V$  il sottospazio generato da  $p_1(x), p_2(x)$  e  $p_3(x)$  dove

$$p_1(x) = -x^4 + 2x^3 + 2x + 7 \quad p_2(x) = 7x^4 - x^3 + 3x^2 + 2x + 4 \quad p_3(x) = 3x^4 - x^3 + 2x + 1$$

e sia  $W$  il sottospazio generato da  $q_1(x)$  e  $q_2(x)$  dove

$$q_1(x) = x^4 + x^3 + x^2 + 2x \quad q_2(x) = 4x^4 + 3x^2 + 3.$$

- a) Trovare la dimensione di  $V$  e quella di  $W$ .
- b) Trovare la dimensione di  $V \cap W$ .
- c) Trovare la dimensione di  $V + W$  e una sua base.

**Esercizio 3.** Siano  $A, B$  e  $C$  una matrice quadrata reale di ordine 3. Supponiamo  $A$  di rango 2,  $B$  di rango 2 e  $C$  di rango 1.

*Vero o Falso:*

- a)  $\det(ACB) = 0$
- b)  $\det(AC - B) = 0$
- c)  $\det(AC + CB) = 0$ .

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2005-2006**  
*Prova scritta intermedia del 23.11.2005 Risultati*

Nome: \_\_\_\_\_ Cognome: \_\_\_\_\_ Anno di immatric. \_\_\_\_\_

Compito      **A**      **B**      **C**      (crocettare)

**ESERCIZIO 1**

- a) valori per cui il sistema è risolubile
- b) soluzioni

**ESERCIZIO 2**

- a)  $\dim V =$                    $\dim W =$
- b)  $\dim(V \cap W) =$
- c)  $\dim(V + W) =$                   Base:

**ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)**

- a) V                  F
- b) V                  F
- c) V                  F

La mancata restituzione o compilazione del modulo nei suoi dati generali (nome cognome etc.) comporta l'esclusione dall'esame. La mancata compilazione dei valori di risposta comporta penalizzazione di voto. L'elaborato deve essere consegnato insieme a questo modulo e deve contenere nome e cognome dello studente. Il procedimento non deve essere riportato su questo modulo. Il foglio del testo degli esercizi non deve essere consegnato.

Ogni esercizio esatto vale 1 punto.