

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2005-2006**

*Prova scritta del 27.09.2006*

**Esercizio 1.** Sia  $Oxyz$  un riferimento ortonormale in uno spazio euclideo reale di dimensione 3. Sia  $r$  la retta di equazioni

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 3y + 2z = 1. \end{cases}$$

1. Scrivere un'equazione cartesiana per la sfera  $S$  di centro  $C = (-2, 1, 1)$  e raggio  $R = 4$  ed equazioni cartesiane per la retta  $s$  passante per  $P = (0, 1, -2)$  avente giacitura generata dal vettore  ${}^t(1, -2, 1)$ ;
2. Determinare la posizione relativa di  $r$  ed  $s$  e scrivere un'equazione cartesiana per il piano  $\pi$  ortogonale a  $r$  passante per  $P$ ;
3. scrivere equazioni cartesiane per le sfere (se esistono) con centro che appartiene a  $s$ , tangenti a  $\pi$  e di raggio  $\frac{28}{\sqrt{62}}$ .

**Punti (3+4+3)**

**Esercizio 2.** Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro  $t \in \mathbb{R}$ ,  $F_t : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  tale che

$$F_t(1, 0, 1, 1) = (3, 3, -3, -3), F_t(0, 0, 0, 3) = (3, 3, -3, -3), F_t(t, -1, 1, 0) = (t, 1, -t, -t), F_t(0, 0, 1, -1) = (0, 0, 0, 0).$$

- a) Trovare la matrice  $A_t$  associata ad  $F_t$  nelle basi canoniche di  $\mathbb{R}^4$ .
- b) Dire per quali valore del parametro reale  $t$ ,  $A_t$  è diagonalizzabile sui reali.
- c) Calcolare autovalori e autovettori di  $A_1$ .
- d) Calcolare al variare di  $t$  la segnatura di  ${}^tA_t + A_t + 3I$  ( $I$  matrice identità).

**Punti (4+5+3+3)**

**Esercizio 3.** Siano  $A$   $B$  matrice reale di ordine 3, con  $A$  simmetrica definita positiva e  $B$  antisimmetrica non nulla.

*Vero o Falso:*

1. La traccia di  $A - B$  è positiva.
2.  $AB$  può essere ortogonale.
3.  $AB - BA$  può avere rango 1.

**Punti (1+2+2)**

**Corso di Algebra lineare - a.a. 2005-2006**

*Prova scritta del 27.09.2006* Risultati

Nome: \_\_\_\_\_ Cognome: \_\_\_\_\_ Data nascita: \_\_\_\_\_  
Anno di corso: \_\_\_\_\_ Mat. \_\_\_\_\_ Fis. \_\_\_\_\_ (crocettare)  
Programma (per studenti di matematica anni precedenti) **Nuovo** **Precedente**

**ESERCIZIO 1**

- 1)
- 2)
- 3)

**ESERCIZIO 2**

- a)
- b)
- c)
- d)

**ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)**

- 1) V      F
- 2) V      F
- 3) V      F

La mancata restituzione o compilazione del modulo nei suoi dati generali (nome cognome etc.) comporta l'esclusione dall'esame. La mancata compilazione dei valori di risposta comporta penalizzazione di voto. L'elaborato deve essere consegnato insieme a questo modulo e deve contenere nome e cognome dello studente. Il procedimento non deve essere riportato su questo modulo. Il foglio del testo degli esercizi non deve essere consegnato.

$$\begin{pmatrix} 1 & t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & t & 0 & 0 \\ t & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 11 \\ 0 & 0 & 11 & 8 \end{pmatrix}$$