

Corso di Algebra lineare - a.a. 2002-2003

Prova scritta del 24.2.2003

Compito A

Esercizio 1. Sia $Oxyz$ un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale dello spazio S_3 della geometria euclidea.

- Scrivere le equazioni dei due cerchi C_1 e C_2 nel piano $z = 0$, passanti per i punti $(0, 1, 0)$ e $(1, 0, 0)$ e aventi raggio $r = 1$.
- Scrivere l'equazione del piano π passante i centri O_1 di C_1 e O_2 di C_2 e $Q \equiv (3, 2, 1)$.
-
- Dire se la sfera avente centro in Q e passante per O_1 contiene O_2 .

Punti (3+3+3)

Esercizio 2. Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro $t \in \mathbb{R}$, $F_t : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tale che $F_t(1, 1, 1, 0) = (3, 2 + t, 2, 0)$, $F_t(1, -t, -1, 0) = (1, t, 0, 0)$, $F_t(0, 1, 0, 1) = (0, 0, 0, t)$ e $F_t(0, 1, 0, -1) = (0, 0, 0, -t)$.

- Trovare la matrice A_t associata ad F_t nelle basi canoniche di \mathbb{R}^4 .
- Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine di F_t .
- Dire per quali valore del parametro reale t , A_t è diagonalizzabile sui reali.
- Calcolare autovalori e autovettori di A_1 .

Punti (5+2+5+3)

Esercizio 3. Sia A una matrice quadrata reale di ordine 4. Supponiamo che A abbia 9 dei 16 scalari nulli e i rimanenti 7 uguali ad $+1$

Vero o Falso:

- A non può avere rango 1
- A non può essere nilpotente.
- A non è mai diagonalizzabile sui reali.

Punti (2+2+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2002-2003
Seconda prova scritta del 24.2.2003

Compito B

Esercizio 1. Sia $Oxyz$ un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale dello spazio S_3 della geometria euclidea.

- a) Scrivere l'equazione dei due cerchi C_1 e C_2 nel piano $z = 0$, passanti per i punti $(0, -1, 0)$ $(-1, 0, 0)$ e aventi raggio $r = 1$.
- b) Scrivere l'equazione del piano π passante i centri O_1 di C_1 e O_2 di C_2 e $Q \equiv (-3, -2, -1)$.
- c) Dire se la sfera avente centro in Q e passante per O_1 contiene O_2 .

Punti (3+3+3)

Esercizio 2. Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro $t \in \mathbb{R}$, $F_t : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tale che $F_t(1, 1, 1, 0) = (3, 2 - t, 2, 0)$, $F_t(1, t, -1, 0) = (1, -t, 0, 0)$, $F_t(0, 1, 0, 1) = (0, 0, 0, -t)$ e $F_t(0, 1, 0, -1) = (0, 0, 0, t)$.

- a) Trovare la matrice A_t associata ad F_t nelle basi canoniche di \mathbb{R}^4 .
- b) Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine di F_t .
- c) Dire per quali valori del parametro reale t , A_t è diagonalizzabile sui reali.
- d) Calcolare autovalori e autovettori di A_{-1} .

Punti 5+2+5+3)

Esercizio 3. Sia A una matrice quadrata reale di ordine 4. Supponiamo che A abbia 9 dei 16 scalari nulli e i rimanenti 7 uguali ad -1

Vero o Falso:

- a) A non può avere rango 1
- b) A non può essere nilpotente.
- c) A non è mai diagonalizzabile sui reali.

Punti (2+2+2)

