

Corso di Algebra lineare - a.a. 2001-2002

Prova scritta del 25.2.2002

Compito A

Esercizio 1. Sia $Oxyz$ un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale dello spazio S_3 della geometria euclidea.

- Scrivere l'equazione del cerchio C nel piano $z = 1$, passante per i punti $(0, 2, 1)$ $(4, 2, 1)$, tangente alla retta $\{x + z = x + 1 = 0\}$ e ordinata del centro > 0 (cioè se $(x, y, 1)$ sono le coordinate del centro di C , $y > 0$).
- Scrivere l'equazione della retta passante per il centro di C e per l'origine degli assi.
- Scrivere l'equazione della sfera S contenente C e avente volume minimo.
- Dire se la superficie della sfera S è maggiore di $113,04$.

Punti (3+2+2+2)

Esercizio 2. Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro $t \in \mathbb{R}$, $F_t : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tale che $F_t(1, 1, 0, 0) = (t, t, 0, 0)$, $F_t(0, 1, -1, 0) = (0, -t, t, 0)$, $F_t(0, 1, 1, 1) = (0, 0, 0, 0)$ e $F_t(0, 0, 0, 1) = (t, 0, -t, 3t^2)$.

- Trovare la matrice A_t associata ad F_t nelle basi canoniche di \mathbb{R}^4 .
- Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine di F_t .
- Dire per quali valore del parametro reale t , A_t è diagonalizzabile sui reali.
- Calcolare autovalori e autovettori di A_1 .

Punti (4+3+3+3)

Esercizio 3. Sia M lo spazio matrici quadrate reali di ordine 3. Sia W un sottospazio di M di dimensione 7.

Vero o Falso:

- Lo spazio W deve contenere una matrice non nulla diagonalizzabile sui reali.
- Lo spazio W deve contenere una matrice di rango 2.
- Lo spazio W deve contenere una matrice non diagonalizzabile sui complessi.
- Lo spazio W deve contenere una matrice non-nihilpotente.

Punti (2+2+2+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2001-2002
Seconda prova scritta del 25.2.2002

Compito B

Esercizio 1. Sia $Oxyz$ un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale dello spazio S_3 della geometria euclidea.

- a) Scrivere l'equazione del cerchio C nel piano $z = 1$, passante per i punti $(0, 2, 1)$ $(4, 2, 1)$, tangente alla retta $\{x + z = x + 1 = 0\}$ e ordinata del centro < 0 (cioè se $(x, y, 1)$ sono le coordinate del centro di C $y < 0$).
- b) Scrivere l'equazione della retta passante per il centro di C e per l'origine degli assi.
- c) Scrivere l'equazione della sfera S contenente C e avente volume minimo.
- d) Dire se la superficie della sfera S è minore di 113,04.

Punti (3+2+2+2)

Esercizio 2. Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro $t \in \mathbb{R}$, $F_t : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tale che $F_t(1, 1, 0, 0) = (-t, -t, 0, 0)$, $F_t(0, 1, -1, 0) = (0, t, -t, 0)$, $F_t(0, 1, 1, 1) = (0, 0, 0, 0)$ e $F_t(0, 0, 0, 1) = (-t, 0, t, -3t^2)$.

- a) Trovare la matrice A_t associata ad F_t nelle basi canoniche di \mathbb{R}^4 .
- b) Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine di F_t .
- c) Dire per quali valore del parametro reale t A_t è diagonalizzabile sui reali.
- d) Calcolare autovalori e autovettori di A_1 .

Punti (4+3+3+3)

Esercizio 3. Sia M lo spazio matrici quadrate reali di ordine 3. Sia W un sottospazio di M di dimensione 7.

Vero o Falso:

- a) Lo spazio W deve contenere una matrice non nulla diagonalizzabile sui complessi.
- b) Lo spazio W deve contenere una matrice di rango 2.
- c) Lo spazio W deve contenere una matrice non diagonalizzabile sui reali.
- d) Lo spazio W deve contenere una matrice nilpotente.

Punti (2+2+2+2)

