

Corso di Geometria 1 - a.a. 2000-2001

Prova scritta del 5.7.2001 Modulo 1

Esercizio 1. Sia $Oxyz$ un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale dello spazio S_3 della geometria euclidea.

- a) Scrivere l'equazione della circonferenza C giacente nel piano $z = 1$, tangente agli assi X , Y e alla retta r di equazione:

$$z = y + 2x - 4 = 0.$$

- b) Scrivere l'equazione della retta s passante per l'origine O e per il centro di C .
c) Dire se esiste un piano contenente r e perpendicolare a s .

Punti (4+4+4)

Esercizio 2. Per ogni $t \in \mathbb{R}$ parametro reale, si consideri l'applicazione lineare $F(t) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $F(1, 0, 1) = (3t, 0, 2t)$, $F(0, 0, 1) = (t, 0, t)$ e $F(t, 1, 0) = (0, , 0, t)$.

- a) Trovare la matrice $A(t)$ associata ad $F(t)$ nella base standard di \mathbb{R}^3 .
b) Calcolare, al variare di t , la dimensione del nucleo e dell'immagine di $F(t)$.
c) Scrivere una base ortogonale per l'immagine di $F(1)$.
d) Calcolare autovalori e autovettori di $F(1)$.
e) Per quali valori di $t \in \mathbb{R}$ $F(t)$ è diagonalizzabile sui reali?

Punti (4+3+4+3+4)

Corso di Geometria 1 - a.a. 2000-2001

Prova scritta del 5.7.2001 Modulo 2

Esercizio 1. Sia OXY un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale del piano S_2 della geometria euclidea. Si consideri al variare di $t \in \mathbb{R}$, la conica E_t di equazioni:

$$(t+2)X^2 - tY^2 + 8tXY = Y + tX.$$

Dire per quali valori di t :

- a) E_t è una parabola.
- b) E_t è un'ellisse.
- c) E_t è un'iperbole.

Punti (4+3+3)

Esercizio 2. Si considerino la seguenti matrici dipendenti da un parametro reale t :

$$A(t) = \begin{pmatrix} t & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t \end{pmatrix}, B(t) = \begin{pmatrix} t & t & 0 \\ t & 3t & 4t \\ 0 & 4t & 1 \end{pmatrix}.$$

Dire per quali valori di t :

- a) $A(t)$ è definita positiva.
- b) $B(t)$ è definita positiva.
- c) $A(t)$ è congrua a $B(t)$.
- d) $A(t)$ è simile a $B(t)$.

Punti (2+3+4+3)

Esercizio 3. Sia X uno spazio metrico $f : X \rightarrow X$ una funzione continua. Sia

$$F = \{x : f(x) = x\}$$

l'insieme dei punti fissi di f . Supporremo F non vuoto.

Vero o Falso:

- a) Se X è connesso allora F è connesso.
- b) Se F è connesso allora X è connesso.
- c) Se X è compatto allora F è compatto.
- d) Se F è compatto allora X è compatto.

Punti (2+2+2+2)

Risultati

Nome:

Anno di corso:

ESERCIZIO 1

- a) equazione circonferenza =
- b) equazione retta =
- c) piano ?

ESERCIZIO 2

- a) $A(t) =$

- b) $\dim Ker =$ $\dim Im =$

- c) autovalori

 autovettori

- d) base ortogonale

- e) valori di t per cui $A(t)$ diagonalizzabile :

Risultati

Nome:

Anno di corso

ESERCIZIO 1

- a) parabola.
- b) ellisse.
- c) iperbole.

ESERCIZIO 2

- a) $t : A(t)$ definita positiva =
- b) $t : A(t)$ definita positiva=
- c) $t : A(t)$ è congrua a $B(t)$ =
- d) $t : A(t)$ è simile a $B(t)$

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

- a) V F
- b) V F
- c) V F
- d) V F