Corso di Geometria 1 - a.a. 2000-2001

Prova scritta del 17.9.2001 Modulo 1

Esercizio 1. Sia Oxy un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale del piano S_2 della geometria euclidea.

a) Scrivere l'equazione delle circonferenze di S_2 aventi centro sulla retta $x = 3$ e passanti per il punto $P = (4, 5)$

b) Tra queste individuare la circonferenza C che racchiude il cerchio di area minima.

c) Scrivere l'equazione della circonferenza D avente lo stesso centro di C che racchiude il cerchio di area doppia di quella racchiusa da C.

Punti (4+4+4)

Esercizio 2. Per ogni $t \in \mathbb{R}$ parametro reale, si consideri l'applicazione lineare $F(t) : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tale che $F(0,1,0) = (0,t,0)$, $F(0,t,1) = (0,4,t)$ e $F(1,1,0) = (t,2t,0)$.

a) Trovare la matrice $A(t)$ associata ad $F(t)$ nella base standard di $\mathbb{R}^3$.

b) Calcolare, al variare di t, la dimensione del nucleo e dell'immagine di $F(t)$.

c) Scrivere una base per lo spazio ortogonale (rispetto a prodotto scalare standard) all'immagine di $F(0)$.

d) Calcolare autovalori e autovettori di $F(1)$.

e) Per quali valori di $t \in \mathbb{R}$ $F(t)$ è diagonalizzabile sui reali?

Punti (4+3+4+3+4)

Corso di Geometria 1 - a.a. 2000-2001
Prova scritta del 17.9.2001 Modulo 2

Esercizio 1. Sia OXY un fissato sistema di riferimento cartesiano ortogonale del piano S_2 della geometria euclidea. Si consideri al variare di $t \in \mathbb{R}$, la conica E_t di equazioni:

$$t^2X^2 + 2XY + Y^2 = 2tX.$$

Dire per quali valori di t :

a) E_t è una parabola.

b) E_t è un'ellisse.

c) E_t è un'iperbole.

Punti (4+3+3)

Esercizio 2. Si considerino le seguenti matrici dipendenti da un parametro reale t:

$$A(t) = \begin{pmatrix} t & -2+t & 0 \\ -2+t & 9t & 0 \\ 0 & 0 & t+1 \end{pmatrix}$$

Dire per quali valori di t:

a) $A(t)$ è definita positiva.

b) $A(t)$ ha segnatura $+--$.

c) $A(t)$ è simile ad una matrice ortogonale.

d) $A(t)$ è simile sui complessi ad una matrice senza parte reale.

Punti (2+3+4+3)

Esercizio 3. Si considerino le seguenti famiglie di sottoinsiemi di $\mathbb{R}^2$

$\mathcal{A}$: $U \in \mathcal{A}$ se e solo se $U = \mathbb{R}^2$ oppure $U = \emptyset$ oppure U non contiene la retta $x = 0$;

$\mathcal{B}$: $U \in \mathcal{B}$ se e solo se $U = \mathbb{R}^2$ oppure $U = \emptyset$ oppure oppure U è un connesso nella topologia usuale;

$\mathcal{C}$: $U \in \mathcal{C}$ se e solo se $U = \mathbb{R}^2$ oppure $U = \emptyset$ oppure U è unione finita di rette;

$\mathcal{D}$: $U \in \mathcal{D}$ se e solo se $U = \mathbb{R}^2$ oppure $U = \emptyset$ oppure U è il complementare di un insieme compatto nella topologia usuale.

Quali delle precedenti famiglie definiscono:

a) una topologia di aperti di $\mathbb{R}^2$.

b) una topologia di chiusi di $\mathbb{R}^2$.

Punti (4+4)

Corso di Geometria 1 -a. a. 2000-01 Prova scritta 17.9.2001 modulo 1

Risultati

Nome:
Anno di corso:

ESERCIZIO 1

a) equazione circonferenze:

b) equazione C :

c) equazione D :

ESERCIZIO 2

a) $A(t) =$

b) $\dim Ker =$ $\dim Im =$

c) base ortogonale

d) autovalori

autovettori

e) valori di $t \in \mathbb{R}$ per cui $A(t)$ diagonalizzabile :

Corso di Geometria 1 -a. a. 2000-01 Prova scritta 17.9.2001 modulo 2

Risultati

Nome:
Anno di corso

ESERCIZIO 1

a) parabola.

b) ellisse.

c) iperbole.

ESERCIZIO 2

a) $t : A(t)$ definita positiva =

b) $t : A(t)$ segnatura $+--=$

c) $t : A(t)$ è simile a matrici ortogonali =

d) $t : A(t)$ è simile a matrici senza parte reale =

ESERCIZIO 3 (crocettare

a) topologia di aperti : $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{D}$.

b) topologia di chiusi : $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{D}$.