

A1.* Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + b \sin(x) + c & x < 0 \\ 3^x - 4 & x \geq 0 \end{cases}$$

Stabilire per quali valori dei parametri $b, c \in \mathbb{R}$ la funzione f è di classe C^0 e di classe C^1 in \mathbb{R} .

--	--

A2. Trovare le soluzioni dell'equazione $z^3 = -5$ in \mathbb{C} (scrivere le soluzioni in forma esponenziale).

--

A3.* Sia $F(s) = \int_s^{1/2} \frac{6 \sin(t^6)}{1 - \cos(t^\alpha)} dt$. Stabilire per quali $\alpha > 0$ esiste finito il $\lim_{s \rightarrow 0^+} F(s)$.

--

A4. Calcolare $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin(n^2)}{4 + n^2} + 2 \arctan(n^2)(2 + e^{-1/n^2})$

--

A5. Si calcoli $\pi \int_0^{\ln 2} e^{3x} \sin(\pi e^{3x}) dx$

--

A6. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'(x) + \sin(x)u(x) = 0 \\ u(0) = 4e. \end{cases}$$

--

A7.* Sia $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = (x + 3)^{\cos(x)}$. Calcolare la retta tangente al grafico (a destra) in $x_0 = 0$.

--

A8. Sia $f : [3, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = 2(x - 4)^2 e^x$. Determinare i punti di massimo e minimo (relativi e assoluti) nell'intervallo $[3, 5]$.

--

A9.* Sia $a_n = \sin(1/n) - \frac{e^{1/n}}{n+1}$. Stabilire per quale $k \in \mathbb{N}$ si ha $a_n \sim n^k$ per $n \rightarrow +\infty$. Dedurre se

la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ converge, diverge o oscilla.

--

--

A10. Calcolare $\lim_{x \rightarrow -\pi^+} \tan(x/2)(\pi - x) + \cos^2(x/2)(\pi - x)^2 - \sin^3(x/2)(\pi - x)^3$

--

B1. Si consideri la serie convergente $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n = S$. Allora A $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n^2 = S^2$ B $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$
 C $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n^2 = 0$ D $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = S$.

B2.* Si consideri una funzione $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ continua e t.c. $|f(x)| \leq x^{-\frac{3}{2}}$ per ogni $x \geq 3$. Allora l'integrale $\int_1^{+\infty} f(x) dx$ A oscilla B diverge a $-\infty$ C diverge a $+\infty$ D converge.

B3. Sia $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ e $x_0 \in (a, b)$ un suo punto di minimo relativo. A Se $f \in C^1(a, b)$ allora $f'(x_0) = 0$ B Se $f \in C^2(a, b)$ allora $f''(x_0) > 0$ C Se $f \in C^0(a, b)$ allora $f'(x_0) = 0$ D Se $f \in C^1(a, b)$ allora $f''(x_0) > 0$.

B4. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua e sia $f(3) = 10, f(10) = -3$. Allora A esiste un unico $c \in \mathbb{R}$ t.c. $f(c) = 0$ B esiste $c \in \mathbb{R}$ t.c. $f(c) > 10$ C esiste $c \in \mathbb{R}$ t.c. $f(c) < -3$ D esiste $c \in \mathbb{R}$ t.c. $f(c) = 0$.

B5.* Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(2) \leq f(x) \leq f(5)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$. Allora la funzione $g(x) = e^{f(x)}$ A ha un flesso in $x = 2$ e in $x = 5$ B è strettamente crescente C verifica $g(2) \leq g(x) \leq g(5)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ D verifica $g(5) \leq g(x) \leq g(2)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

B6.* Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua. Fissato $a \in \mathbb{R}$, si considerino $F(x) := \int_a^x f(t) dt$ e $G(x) = F(x) + 1$. Allora, considerato $b \in \mathbb{R}$, $\int_a^b f(x) dx =$ A $F(b) - F(a) + 1$ B $F(b) - F(a) - 1$ C $G(b) - G(a)$ D $G(b) - F(a)$.

B7. Sia $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione strettamente monotona. Allora f A è derivabile con $f' < 0$ B è invertibile C oscilla D è derivabile con $f' > 0$.

B8.* Si considerino le successioni $a_n, b_n > 0$. Sia $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ convergente e $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0$. Allora A $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n - b_n$ converge B $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ converge C $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n + b_n$ converge D $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n b_n$ converge.

B9. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile nel punto $x_0 \in \mathbb{R}$. Allora A $\lim_{x \rightarrow h} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(h)$ B $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$ C $\lim_{x \rightarrow x_0 + h} \frac{f(x + x_0) - f(x + h)}{x_0 + h} = f'(x_0)$ D $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = f'(x_0)$.

B10. Sia a_n una successione monotona decrescente. Allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ A esiste B non esiste C esiste e vale $-\infty$ D esiste finito.

Soluzioni della prova del 13/07/15

Parte A

A1. per ogni b e $c = -3 / b = \ln 3$ e $c = -3$

A2. $w = \rho e^{i\theta_k}$ per $\rho = \sqrt[3]{5}$ e $\theta_k = \pi/3 + 2k\pi/3$ con $k = 0, 1, 2$

A3. $\alpha < 7/2$

A4. 3π

A5. $-2/3$

A6. $u(x) = 4e^{\cos(x)}$

A7. $y = x + 3$

A8. minimo assoluto in $x_1 = 4$, massimo relativo in $x_0 = 4$, massimo assoluto in $x_2 = 5$

A9. $k = -3 /$ convergente

A10. $-\infty$

Parte B

B1. C

B2. D

B3. A

B4. D

B5. C

B6. C

B7. B

B8. D

B9. D

B10. A