

Elementi di Calcolo Scientifico per l'Ingegneria A.A. 2017-2018

Ottobre 2017
(2-16)

Indice

- 1 Numeri Reali e *numeri macchina*
- 2 Comandi di base in Matlab
- 3 Istruzioni di controllo in Matlab
- 4 Function

Rappresentazione dei numeri reali nel calcolatore

- l'insieme dei numeri reali, \mathbb{R} , contiene un numero infinito di elementi
- il computer non è in grado di rappresentare l'*infinità* dei numeri reali ma un sottoinsieme di \mathbb{R}
- \implies insieme dei cosiddetti **numeri macchina**, \mathcal{F} , è contenuto in \mathbb{R}
- rappresentazione di un numero macchina:

floating point number

$$x = (-1)^s \cdot (0.a_1a_2 \dots a_t) \cdot \beta^e = (-1)^s \cdot m \cdot \beta^{e-t} \quad a_1 \neq 0$$

dove: s è 0 o 1; β , la *base*, è un numero intero positivo maggiore o uguale a 2; $0 \leq a_i \leq \beta - 1$, e è un numero intero detto esponente; t è il numero di cifre significative. A destra: m viene detta *mantissa* ed è intero. Matlab utilizza: $\beta = 2$, $t = 53$ e l'esponente è compreso tra -1021 e 1024.

Errore di arrotondamento

Indichiamo con $fl(x)$ il numero macchina corrispondente a $x \in \mathbb{R}$.
L'errore commesso è generalmente piccolo poichè si ha:

$$\frac{|x - fl(x)|}{|x|} \leq \frac{1}{2} \epsilon_M$$

dove $\epsilon_M = \beta^{1-t}$ è detta precisione macchina.

In Matlab il comando `eps` da la precisione macchina che è pari a
 $2^{-52} \approx 2.22 \cdot 10^{-16}$

Matrici, vettori, operazioni...

% 2-10-2017 Primo programma di esercitazione

clc

close all

a=5 ;

b=7 ;

x=a:0.05:b ; **%COMMENTO: costruzione vettore x (riga)**

v=x' ; **% trasposto di x**

p=a*b ;

% Prodotto scalare (riga per colonna)

p1=x*v ;

% MATRICI

A=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9] ; **% Matrice 3x3**

disp(A(3,2)) **% elemento della matrice in riga 3 e colonna 2**

Funzioni

Come costruire una funzione e farne il grafico

- funzioni predefinite
- **inline:** $fun = inline('x.^2 + 3')$ (opzione meno recente)
- $fun = @(x) 1./(1 + x.^2)$
- calcolo dei valori assunti in un intervallo $[a, b]$:
 $x=a:0.02:b$; $y=fun(x)$;
- grafico di una funzione: scrivere i seguenti comandi

<code>figure</code>	%% crea una figura
<code>plot(x,fun(x))</code>	%% fa il grafico della funzione

Nel comando `plot` si possono aggiungere parametri per modificare il colore della linea, lo spessore

GRAFICI DI FUNZIONI

```
% Polinomio di terzo grado:  $x(x - 6)(x + 1) = x^3 - 5x^2 - 6x$ 
```

```
% Metodo 1
```

```
y = x.^3 - 5 * x.^2 - 6 * x;
```

```
figure
```

```
plot(x,y)
```

```
y1=exp(-3*x) ;
```

```
figure
```

```
plot(x,y1,'r','LineWidth',2)
```

```
disp(['Dimensione di y1: ' num2str(size(y1))])
```

Iterazioni (1)

Ciclo FOR

for: ripete la stessa istruzione un preciso numero di volte, definito a priori

```
for variabile = espressione  
    istruzione1, istruzione2, ...  
end
```

Esempio: costruzione di una matrice

```
for i = 1:m  
    for j = 1:n  
        A(i,j) = 1/(i+j-1);  
    end  
end
```

Iterazioni (2)

WHILE

while: ripete un elenco di istruzioni un numero indefinito di volte

```
while espressione  
    istruzioni  
end
```

Operatori logici e relazionali

Le *espressioni* presenti nei comandi Matlab vengono costruite utilizzando operatori logici e relazionali:

- Operatori logici: && (and), || (or), ~ (not)
- Operatori relazionali: <, <=, >, >=, ==, ~=

Istruzione IF

IF

if espressione

 istruzioni

elseif espressione

 istruzioni

else

 istruzioni

end

Le parti **else** e **elseif** sono opzionali.

Espressioni

Esempio di espressione: $a \geq 0$

Test d'arresto

Problema: equazione non lineare

Determinare α t.c. $f(\alpha) = 0$, $f \in C^2(I_\alpha)$

Per arrestare un metodo iterativo si utilizzano i **test d'arresto**.

Poichè di solito non si conosce la soluzione esatta, e quindi non si può calcolare l'errore $e^{(k)} = |x^{(k)} - \alpha|$ allora si usano degli **stimatori dell'errore**:

- 1 *differenza tra due iterate successive*: $|x^{(k)} - x^{(k-1)}| < \text{toll}$
- 2 *residuo*: $|f(x^{(k)})| < \epsilon$

⇒ uso del ciclo WHILE

Esempi e function

- $f(x) = x^3 - 5$, $x \in [1, 2]$, metodo di Newton
- $f(x) = x - \cos(x)$, $x \in [0, \pi]$, metodo del punto fisso
- libreria di funzioni

Esempi e function

- $f(x) = x^3 - 5$, $x \in [1, 2]$, metodo di Newton
- $f(x) = x - \cos(x)$, $x \in [0, \pi]$, metodo del punto fisso
- libreria di funzioni

Function files

Sono files Matlab – con estensione `.m` – che contengono l'implementazione di una funzione, ovvero ricevono in ingresso dei valori e forniscono altre variabili in uscita; iniziano con la parola chiave *function*. La sintassi è la seguente:

```
function [ valori_output ] = nomefile(valori_input)  
% descrizione della funzione e comandi
```