

## Modelli 2

### 1 Google Street View [17/11/2011]

Il manager di Google Street View deve aggiungere una nuova città al database di Google. Per farlo, la Google Car deve percorrere tutte le strade della città almeno una volta, raccogliendo le immagini. La Google Car inizialmente si trova in una data posizione, a cui deve tornare dopo avere visitato ogni strada della città. L'insieme di strade può essere rappresentato come un grafo orientato  $G = (N, A)$  in cui i nodi rappresentano gli incroci e gli archi le strade (con le loro direzioni). Il manager conosce il tempo necessario per percorrere ogni strada, ovvero ogni arco del grafo ha associato un tempo  $t_{ij}$ . Si noti che il tempo necessario per viaggiare lungo una strada è indipendente dal fatto che la macchina stia raccogliendo immagini o si stia solo spostando tra due punti diversi della città.

Si formuli il problema di trovare il giro più corto in termini di tempo che visiti ogni strada almeno una volta. Formulare il problema specificando le variabili decisionali, i vincoli, e la funzione obiettivo.

### 2 L'uragano Sandy

L'uragano Sandy ha distrutto la rete di trasporto della città di New York. Prima dell'uragano la mappa stradale era descritta da un grafo orientato  $G = (N, A)$ , in cui la lunghezza di ogni arco  $(i, j) \in A$  era pari a  $l_{ij}$ . Inoltre si conosceva la lunghezza  $d_{hk}$  del cammino minimo dal nodo  $h$  al nodo  $k$  nel grafo originario, per ogni coppia di nodi  $h$  e  $k$  di  $N$ . Le autorità di New York vorrebbero riparare alcune strade rotte dall'uragano in modo da garantire una connettività minima della rete stradale. I lavori di riparazione sono mono-direzionali, ovvero se si ripara la strada dal nodo  $i$  al nodo  $j$ , si ripara solo l'arco  $(i, j)$  ma non l'arco  $(j, i)$ . Le autorità hanno posto il vincolo che il nuovo cammino minimo tra due nodi  $h$  e  $k$  a seguito di una riparazione non sia superiore di  $\alpha$  volte il cammino minimo originale, dato dal parametro  $d_{hk}$ . Il costo per riparare la strada  $(i, j)$  è pari a  $c_{ij}$ , per ogni arco  $(i, j) \in A$ .

Formulare il problema di realizzare le riparazioni che realizzano la connettività richiesta minimizzando i costi come un problema di programmazione lineare intera.

**Variante:** Come cambia la formulazione se si assume l'ipotesi che le riparazioni sono valide in entrambe le direzioni, ovvero che riparando il tratto  $(i, j)$  si ripara anche il tratto  $(j, i)$ ?

### 3 Tariffe Telefoniche [Marzo 2007]

Quasi tutti gli operatori telefonici hanno delle offerte interessanti per i nuovi clienti che lasciano il vecchio operatore. Consideriamo il caso di due compagnie *Vuotafon* e *Rim* (V e R). Un cliente di V vuole minimizzare il costo delle sue chiamate, e sta meditando di cambiare nei prossimi mesi diverse volte l'operatore telefonico in modo da sfruttare al meglio le offerte disponibili. Sia  $t$  il traffico totale mensile del cliente, e siano  $c_V$  e  $c_R$  il costo in euro al minuto delle chiamate dei due operatori. Lo sconto fisso offerto dai due operatori corrisponde a  $s_V$  e  $s_R$  euro. Tuttavia, per poter usufruire dello sconto, il cliente che cambia operatore, è vincolato al nuovo operatore per 6 mesi. L'obiettivo del cliente è di pianificare i cambi di operatore per i prossimi due anni.

Si formuli il problema come un problema di cammino minimo su un grafo opportuno. Si descrivano le caratteristiche del grafo: l'insieme di nodi, l'insieme di archi, la lunghezza di ogni arco, la sorgente e la destinazione del cammino.

## 4 Presidential Election [Febbraio 2008]

Uno dei candidati alle elezioni del presidente degli Stati Uniti decide di fare la sua campagna elettorale viaggiando in bus sulla storica Route 66 da Chicago a Los Angeles. Il viaggio è in una direzione, ovvero il candidato non vuole mai tornare indietro. Lungo la strada si trovano  $n$  città che sono numerate in base al loro ordine (la prima è Chicago, l'ultima è Los Angeles). Il candidato non può fare un comizio in ogni città, ma deve decidere in quale sottoinsieme di città vuole tenere un comizio. La distanza tra due città consecutive è pari a  $c_{i,i+1}$ . Nel suo viaggio, il candidato vuole viaggiare almeno  $d$  miglia e al massimo  $D$  miglia tra ogni coppia di soste successive. Ovviamente, il candidato vuole massimizzare il numero di voti guadagnati nei suoi comizi. Il suo staff ha stimato che dare un comizio nella città  $i$ , porta ad un guadagno di  $v_i$  voti.

Formulare il problema di pianificare il viaggio del candidato da Chicago a Los Angeles come una ricerca di un cammino massimo su grafo opportuno. Si descriva come viene costruito il grafo.

## 5 Il Problema dello Zaino

Si consideri il problema di zaino seguente:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i \in I} c_i x_i \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i \in I} a_i x_i \leq b \\ & x_i \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Formulare il problema di zaino come un problema di cammino minimo o cammino massimo su un grafo opportuno. Descrivere come avviene la costruzione del grafo.