

# Modelli di Programmazione Lineare e Programmazione Lineare Intera

## 1 Azienda Dolciaria

Un'azienda di cioccolatini deve pianificare la produzione per i prossimi  $m$  mesi. In ogni mese l'azienda ha a disposizione  $Q$  ore di manodopera (espresse in minuti). L'azienda produce  $K$  tipi di cioccolatini diversi. Ogni singolo cioccolatino di tipo  $k$  richiede  $h_k$  minuti di lavoro e ha un costo di produzione  $c_k$ . Per ogni mese  $i = 1, \dots, m$  e per ogni tipo di cioccolatino è nota la domanda di mercato  $d_{ik}$  che deve essere soddisfatta. In ogni mese è possibile produrre e immagazzinare una parte del prodotto, per venderlo nei mesi successivi, ad un costo  $g_k$  per ogni cioccolatino di tipo  $k$ . Oltre alla produzione ordinaria è possibile produrre cioccolatini richiedendo straordinari alla manodopera. Per ogni mese  $i$  è possibile richiedere  $S$  ore di straordinario. Attivare gli straordinari in un mese  $i$  ha un costo fisso  $f_i$ . Gli straordinari possono essere richiesti in al più  $b$  mesi e mai in due mesi consecutivi.

Formulare il problema di pianificare la produzione in modo da soddisfare la domanda minimizzando il costo complessivo della produzione (produzione, straordinari, e magazzino) come un problema di programmazione lineare.

## 2 Disgregazione di un partito [19/11/2011]

Un partito politico in fase di disgregazione ha  $n$  esponenti politici. Ogni esponente  $i$  ha un bacino di voti sicuri  $v_i$ . La disgregazione del partito comporta la creazione di alcuni nuovi partiti, il cui numero non è precisato a priori. Il problema del presidente del vecchio partito consiste nell'assegnare gli esponenti politici ai nuovi partiti in modo che la somma dei voti di ciascun partito superi la soglia di  $V$  voti. Formulare il problema di massimizzare il numero di nuovi partiti in grado di superare la soglia minima.

**Variante:** Gli esponenti del vecchio partito sono noti per la loro litigiosità e la presenza di due esponenti che non vanno d'accordo nello stesso nuovo partito avrebbe effetti deleteri sull'immagine del partito. Dato l'insieme  $A$  di coppie di esponenti politici che hanno avuto un diverbio nel recente passato, il presidente nel decidere l'assegnamento ai nuovi partiti deve fare in modo che nello stesso nuovo partito non vi siano coppie di politici in  $A$ . Si noti che con questo vincolo qualche esponente politico potrebbe non venire assegnato ad alcun nuovo partito. Come cambia la formulazione?

## 3 Matrimonio [7/7/2006]

Una giovane ricercatrice di ricerca operativa deve convolare a nozze in una torrida estate. I laboriosi ed estenuanti preparativi del ricevimento prevedono anche la composizione dei tavoli dei convenuti. Gli invitati sono suddivisi in  $k$  gruppi  $G_1, \dots, G_k$  (per esempio: parenti sposo, parenti sposa, colleghi sposa, amici sposo, ...). I tavoli hanno una capacità di  $p$  posti. Nella composizione si deve tener conto della eterogeneità della composizione (le persone in ogni tavolo devono appartenere ad almeno  $q$  gruppi diversi), e del fatto che ognuno deve avere almeno altri  $r$  compagni di gruppo al proprio tavolo per non sentirsi abbandonato. Formulare il problema della composizione dei tavoli con l'obiettivo di minimizzare il numero di tavoli.

**Variante:** Considerare come funzione obiettivo quella di minimizzare il massimo numero di componenti di uno stesso gruppo ad un tavolo.

## 4 Ambulanze [03/02/2006]

La centrale operativa del 118 della provincia di Milano deve collocare  $k$  ambulanze nell'area metropolitana in modo da poterle mandare dove necessario. Sono dati un insieme di punti  $C = \{1, \dots, n\}$  che rappresentano possibili chiamate di emergenza, e sono dati un insieme di siti  $P = \{1, \dots, m\}$  in cui le ambulanze possono sostare aspettando la chiamata. Sono anche noti i tempi  $t_{ij}$  di percorrenza da un sito  $i$  in  $P$  ad un possibile punto di chiamata  $j$  in  $C$ .

Formulare il problema di determinare in quali siti candidati posizionare le ambulanze. L'obiettivo è minimizzare il massimo tempo di risposta.

**Variante:** Modificare la formulazione in modo tale che ogni sito di possibile emergenza sia servito da almeno due ambulanze. L'obiettivo è minimizzare il secondo miglior tempo di risposta.

## 5 Futuro in Ricerca [12/2/2013]

Il ministero della ricerca del paese dell'ottimismo deve selezionare tra  $n$  proposte di ricerca quale finanziare. Ogni proposta di ricerca  $i$  ha una richiesta di finanziamento  $R_i$ . Tuttavia, a causa dei limiti di spesa, in ogni proposta viene anche indicato un finanziamento minimo  $r_i$  ( $< R_i$ ) per poter produrre dei risultati e sotto al quale la ricerca non viene condotta. Sia  $B$  la cifra totale a disposizione del ministero. Formulare il problema di selezionare tra i progetti quelli da finanziare e per ogni progetto selezionato decidere l'effettivo finanziamento in modo che vengano rispettati i limiti minimi e massimi indicati e che il finanziamento del ministero venga completamente utilizzato. L'obiettivo è quello di massimizzare il numero di progetti finanziati. Si proponga un modello lineare e si spieghi il significato di variabili, vincoli, e funzione obiettivo.

**Variante:** Si assuma che le proposte siano in ordine decrescente di rilevanza scientifica ( $i < j$  significa che la proposta  $i$  ha maggiore valore scientifico della proposta  $j$ ). Se un progetto  $i$  viene finanziato, il rapporto tra il reale finanziamento ricevuto e il massimo richiesto  $R_i$  deve essere superiore rispetto ad ogni altro progetto finanziato  $j$  con  $j > i$ .