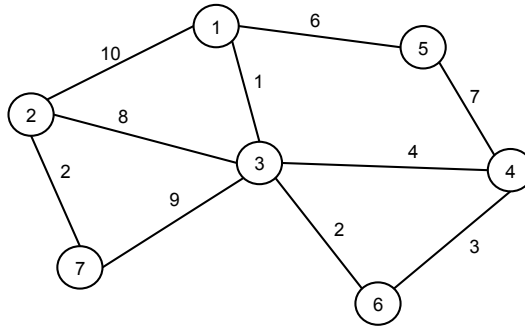


Esercizi su Grafi

1 Albero di copertura di costo minimo [17-11-2011]

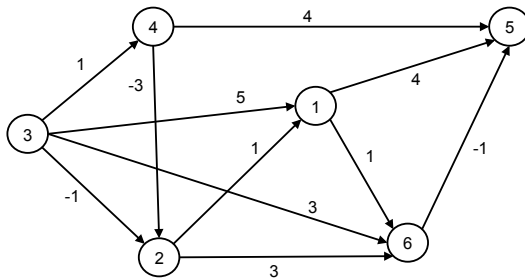
Si determini l'albero di copertura di costo minimo per il grafo in figura illustrando i passaggi intermedi del procedimento adottato.



Variante: Dopo aver determinato la soluzione, si consideri l'aggiunta di un nuovo arco $(1,4)$ di costo 5. Questo arco è utile per migliorare il costo della soluzione? Perché? Si consideri anche l'arco $(1,7)$ di costo 5. Questo arco è utile per migliorare il costo della soluzione? Perché?

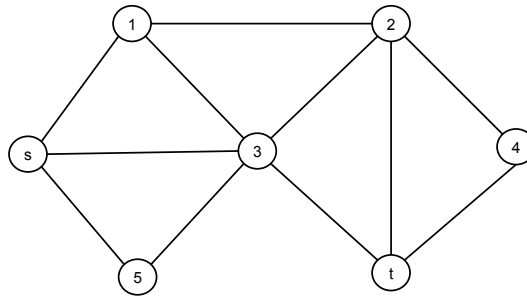
2 Albero dei cammini minimi [19-11-2011]

Si determini l'albero dei cammini minimi di radice 3 per il grafo in figura applicando l'algoritmo più efficiente per il caso specifico dopo un eventuale fase di preprocessamento. Si illustrino i passaggi intermedi.



3 Cammini disgiunti [02-2006]

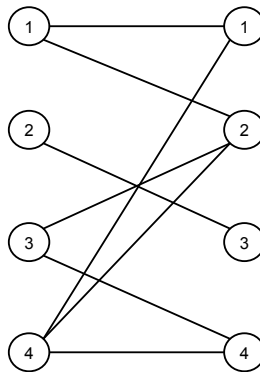
Un gestore di rete deve collegare il nodo s e il nodo t della rete in figura. Per motivi di sicurezza i due nodi devono essere collegati da due cammini disgiunti sugli archi. Formalizzare il problema come flusso. È possibile avere tre cammini disgiunti tra s e t ? Motivare la risposta.



Variante: Come si può formalizzare il problema se i cammini devono essere disgiunti anche sui nodi?

4 Insieme di archi che non si intersecano [29-01-2013]

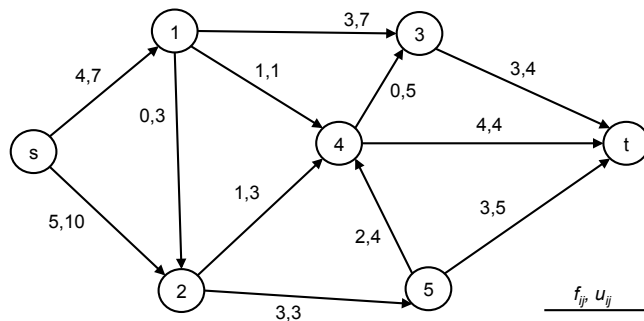
Si consideri un grafo bipartito $G = (S, T, A)$ in cui $A \subset S \times T$ con una data configurazione nel piano (si veda la figura per un esempio). Si dice che due archi (i, j) e (h, k) si intersecano se $i < h$ e $j > k$.



Formulare il problema di trovare un insieme di cardinalità massima di archi che non si intersecano come un problema di cammino minimo (o massimo) su un grafo opportuno. Descrivere come si costruisce il grafo.

5 Flusso massimo [19-11-2011]

Si determini il flusso massimo del grafo in figura a partire dal flusso dato. Illustrare i passaggi intermedi.



Variante: Dopo aver determinato la soluzione, si consideri la diminuzione di un'unità delle capacità degli archi $(3, t)$, $(2, 4)$, $(2, 5)$. Senza ricalcolare la soluzione è possibile dire quanto varrà il nuovo flusso massimo? Perché?

6 Software House

Una software house deve stabilire se tre progetti possono essere completati durante i prossimi quattro mesi rispettando il seguente calendario: il progetto P_1 che può iniziare solo dopo il primo mese, deve essere terminato entro il terzo mese; i progetto P_2 e P_3 che possono iniziare subito, devono essere completati rispettivamente entro il quarto e il secondo mese. I progetti richiedono rispettivamente 8, 10, e 12 mesi uomo. Ogni mese sono disponibile 8 ingegneri a tempo pieno, però solo sei di loro possono lavorare contemporaneamente su uno stesso progetto. È possibile terminare i 3 progetti in tempo? Si spieghi come ricondurre il problema in esame ad un problema di flusso massimo.

7 Vincoli logici

Si esprima con un insieme di vincoli lineari la seguente proposizione logica:

$$x_1 \wedge \bar{x}_2 \Rightarrow x_3 \vee \bar{x}_4$$