

Analisi Matematica 2

Prova scritta 30/06/10	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con ● è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Si consideri il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = t^3\{1 - \cos(t^3 u(t))\}$, $u(0) = 4$. Allora la sua soluzione globale ha ☐a☐ infiniti punti di massimo locale; ☐b☐ infiniti punti di minimo locale; ☐c☐ infiniti punti stazionari che non sono di estremo relativo; ☐d☐ un numero finito di punti di flesso a tangente orizzontale.
2. Sia $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = 5|x| + 4x_2 + (\cos^4 x_3)(\arctan^5 x_1)$. Allora f è ☐a☐ lipschitziana e limitata; ☐b☐ lipschitziana e differenziabile; ☐c☐ non limitata e lipschitziana; ☐d☐ non lipschitziana e nonlimitata.
3. Sia $\psi: (-\infty, 0) \rightarrow \mathbb{R}$ convessa. Allora ☐a☐ ψ ha un prolungamento $\Psi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ convesso; ☐b☐ ψ è differenziabile due volte e $\psi'' \geq 0$; ☐c☐ se $\psi(0^-)$ esiste finito, ψ ha un prolungamento $\Psi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1 ; ☐d☐ il limite $\psi(0^-)$ esiste.
- 4. **Matematici:** Siano $\Omega \subseteq \mathbb{R}^5$ aperto e $\omega: \Omega \rightarrow (\mathbb{R}^5)^*$. Perché ω sia esatta è ☐a☐ nec. che Ω sia sempl. connesso; ☐b☐ suff. che Ω sia sempl. connesso; ☐c☐ nec. che ω sia C^1 e chiusa; ☐d☐ suff. che $\Omega = \mathbb{R}^5 \setminus [-5, 5]^5$ e che ω sia C^1 e chiusa.
5. La soluzione globale u del problema di Cauchy in avanti $u'' + 4u = 7\cos(2t)$, $u(0) = 0$, $u'(0) = 0$ è ☐a☐ monotona e non limitata; ☐b☐ limitata ma non monotona; ☐c☐ non limitata e non monotona; ☐d☐ convessa e non limitata.
6. Per $\varepsilon \in (0, 1)$ sia $J_\varepsilon = \int_{\Gamma_\varepsilon} y^{-3} ds(x, y)$ ove Γ_ε è il grafico di $\cosh|_{[\varepsilon, 5/\varepsilon]}$. Allora il limite $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} J_\varepsilon$ vale ☐a☐ 1; ☐b☐ 5; ☐c☐ 1/5; ☐d☐ 0.
- 7. **Matematici:** Siano $u_n: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ date da $u_n(x) = n^5 c_n e^{-n^3 x}$ ove $c_n \in \mathbb{R}$. Perché $\{u_n\}$ converga uniformemente è ☐a☐ sufficiente che $\{c_n\}$ sia infinitesima; ☐b☐ sufficiente che $c_n = O(n^{-5})$; ☐c☐ necessario che $c_n = O(n^{-3})$; ☐d☐ sufficiente che $c_n = o(n^{-3})$.
8. Sia $f: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione di classe C^1 . Allora perché f abbia massimo assoluto in 0 è ☐a☐ sufficiente che 0 sia punto stazionario; ☐b☐ necessario che f sia C^2 con hessiano semidefinito negativo in 0; ☐c☐ sufficiente che f sia concava e che $\nabla f(0) = 0$; ☐d☐ sufficiente che f sia C^2 con hessiano definito negativo in 0.
9. Il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_3^5 e^{-(4y^2/n)} \cos(y^4/n) dy$ vale ☐a☐ 1/2; ☐b☐ 2; ☐c☐ 1/4; ☐d☐ 4.
10. La formula $\lim_{x \rightarrow 0} x^{-\alpha} \{(1 + 4x^5)^{1/4} - 1 - x^5\} = 0$ è vera ☐a☐ se $\alpha \geq 9$; ☐b☐ se $\alpha \leq 9$; ☐c☐ se e solo se $\alpha > 4$; ☐d☐ per nessun $\alpha > 0$.

spazio riservato alla commissione