

Analisi Matematica 2

Prova scritta 30/06/10	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Si consideri il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = t^3\{1 - \cos(t^3 u(t))\}$, $u(0) = 4$. Allora la sua soluzione globale ha ☐a¹ infiniti punti di massimo locale; ☐b¹ infiniti punti di minimo locale; ☐c¹ infiniti punti stazionari che non sono di estremo relativo; ☐d¹ un numero finito di punti di flesso a tangente orizzontale.
2. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = 5|x| + 4x_2 + (\cos^4 x_3)(\arctan^5 x_1)$. Allora f è ☐a¹ lipschitziana e limitata; ☐b¹ lipschitziana e differenziabile; ☐c¹ non limitata e lipschitziana; ☐d¹ non lipschitziana e nonlimitata.
3. Sia $\psi : (-\infty, 0) \rightarrow \mathbb{R}$ convessa. Allora ☐a¹ ψ ha un prolungamento $\Psi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ convesso; ☐b¹ ψ è differenziabile due volte e $\psi'' \geq 0$; ☐c¹ se $\psi(0^-)$ esiste finito, ψ ha un prolungamento $\Psi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1 ; ☐d¹ il limite $\psi(0^-)$ esiste.
- 4. **Fisici:** Siano $\gamma : (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$ continua, Γ il suo grafico, $\delta = \inf_{x \in \Gamma} |x|$ e $X = \{x_0 \in \Gamma : |x_0| = \delta\}$. Allora ☐a¹ $X \neq \emptyset$ se $\gamma(0^+) = +\infty$; ☐b¹ X contiene al massimo un punto; ☐c¹ $X \neq \emptyset$ se γ decresce strettamente; ☐d¹ $\delta > 0$ se γ è di classe C^1 .
5. La soluzione globale u del problema di Cauchy in avanti $u'' + 4u = 7 \cos(2t)$, $u(0) = 0$, $u'(0) = 0$ è ☐a¹ monotona e non limitata; ☐b¹ limitata ma non monotona; ☐c¹ non limitata e non monotona; ☐d¹ convessa e non limitata.
6. Per $\varepsilon \in (0, 1)$ sia $J_\varepsilon = \int_{\Gamma_\varepsilon} y^{-3} ds(x, y)$ ove Γ_ε è il grafico di $\cosh|_{[\varepsilon, 5/\varepsilon]}$. Allora il limite $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} J_\varepsilon$ vale ☐a¹ 1; ☐b¹ 5; ☐c¹ 1/5; ☐d¹ 0.
- 7. **Fisici:** Sia $f(x) = 1/(1 + 2x^4)$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora $f^{(20)}(0)$ vale ☐a¹ $20! 2^4$; ☐b¹ $-20! 2^4$; ☐c¹ $-20! 2^5$; ☐d¹ $20! 2^5$.
8. Sia $f : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione di classe C^1 . Allora perché f abbia massimo assoluto in 0 è ☐a¹ sufficiente che 0 sia punto stazionario; ☐b¹ necessario che f sia C^2 con hessiano semidefinito negativo in 0; ☐c¹ sufficiente che f sia concava e che $\nabla f(0) = 0$; ☐d¹ sufficiente che f sia C^2 con hessiano definito negativo in 0.
9. Il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_3^5 e^{-(4y^2/n)} \cos(y^4/n) dy$ vale ☐a¹ 1/2; ☐b¹ 2; ☐c¹ 1/4; ☐d¹ 4.
10. La formula $\lim_{x \rightarrow 0} x^{-\alpha} \{(1 + 4x^5)^{1/4} - 1 - x^5\} = 0$ è vera ☐a¹ se $\alpha \geq 9$; ☐b¹ se $\alpha \leq 9$; ☐c¹ se e solo se $\alpha > 4$; ☐d¹ per nessun $\alpha > 0$.

spazio riservato alla commissione