

Analisi Matematica 2

Prova scritta 28/06/11	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Sia $\psi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $\psi^{(n)}(0) = 0$ per ogni $n \geq 0$. Allora ☐a ψ è costante; ☐b ψ è limitata; ☒c esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $3^6 \psi^{(6)}(c) = 6! \psi(3)$; ☐d esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $\psi(-3) = -3^4 \psi^{(4)}(c)/4!$.
- 2. **Matematici:** Sia $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n+2}/n!$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora $f(-1)$ vale ☐a $-1/e$; ☐b 1 ; ☐c e ; ☒d $1/e$.
- 3. **Matematici:** Siano $\Omega = (\mathbb{R}^2 \setminus \{0\}) \times (0, +\infty)$ e $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ monotona. Per $(x, y, z) \in \Omega$ si ponga $\omega(x, y, z) = y(x^2 + y^2)^{-1} dx - x(x^2 + y^2)^{-1} dy + f(z) dz$. Allora ☐a ω è esatta; ☐b ω è localmente esatta; ☒c la restrizione di ω a $(0, +\infty)^3$ è esatta se e solo se f è continua; ☐d Ω è semplicemente connesso.
4. Si ponga $f(x, y, z) = \cos x \cos y - z^n$ per $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ e $n > 1$ intero. Allora ☐a per almeno un n , f ha almeno un punto di minimo locale; ☐b se n è pari, ogni punto stazionario è di estremo locale; ☐c per ogni n , il numero dei punti di massimo locale è finito; ☒d nessun punto stazionario è di estremo locale se e solo se n è dispari.
5. Per $r > 0$ si ponga $Q_r = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |(x, y)| \leq r, y \geq |x|\}$ e sia $\varphi : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ data da $\varphi(t) = (\ln t)/\sqrt{t}$. Allora il numero reale $\ln 4^4 - (1/\pi) \int_{Q_4 \setminus Q_1} \varphi(x^2 + y^2) dx dy$ vale ☐a 2 ; ☐b 1 ; ☒c 3 ; ☐d 4 .
6. Se u è la soluzione globale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = 2e^{-u(t)}$ per ogni $t \geq 0$ e $u(0) = \ln 3$, allora $e^{u(3)}$ vale ☐a 4 ; ☐b 6 ; ☐c 8 ; ☒d 9 .
7. Si ponga $A_r = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y^2/4) \leq r^2\}$ e $B_r = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq r^2\}$ per $r > 0$. Allora la formula $\int_{A_2 \setminus A_1} \exp(x^2 + (y^2/4)) dx dy = \lambda \int_{B_2 \setminus B_1} \exp(x^2 + y^2) dx dy$ è corretta se λ vale ☐a $1/2$; ☐b 4 ; ☐c $1/4$; ☒d 2 .
8. Sia u_α la soluzione massimale del problema di Cauchy **in avanti** $u'(t) = t\sqrt{1 + u^2(t)}$, $u(0) = \alpha$, ove $\alpha > 0$. Allora ☐a u_4 è globale e limitata; ☐b u_3 non è globale; ☒c u_2 è globale e convessa; ☐d u_1 non è monotona.
9. Per $(z, t) \in \mathbb{R}^2$ sia $f(z, t) = \int_{[0,1]^2} \sin(x^2 y^3 z t) dx dy$. Allora $D_z f(0, 1)$ vale ☒a $1/12$; ☐b $1/20$; ☐c $1/2$; ☐d $1/3$.
10. La funzione $\alpha(x) = \tanh(|x|^2)$, $x \in \mathbb{R}^2$, è ☐a non differenziabile nell'origine; ☐b convessa; ☐c non limitata; ☒d uniformemente continua.

spazio riservato alla commissione