

Analisi Matematica 2

Prova scritta 27/01/12	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Sia $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitata. Allora vale l'uguaglianza $\lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{x \in \mathbb{R}} |\varphi(x+n^{-1}) - \varphi(x)| = 0$
☐ a se e solo se φ è continua; ☐ b se φ è uniformemente continua; ☐ c se e solo se φ è lipschitziana; ☐ d se φ è di classe C^1 .
2. Siano $C = \{y \in [0, 1]^2 : y_2 = y_1^4\}$ e $G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $G(x) = \int_C \exp(-x|y|^5) ds(y)$. Allora G è ☐ a crescente e convessa; ☐ b decrescente e convessa; ☐ c crescente e concava; ☐ d decrescente e concava.
3. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^1 \ln(1 + xy^5) dy$ vale ☐ a 1/5; ☐ b 1/6; ☐ c 1/3; ☐ d 1/4.
- 4. **Matematici:** Si ponga $f_n(x, y) = \arctan(n(x^4 + y^4))$ per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ e $n = 1, 2, \dots$. Allora $\{f_n\}$ ☐ a non converge puntualmente in $\mathbb{R}^2$; ☐ b converge puntualmente e non uniformemente in $(0, +\infty)^2$ e il limite $f : (0, +\infty)^2 \rightarrow \mathbb{R}$ non è di classe C^1 ; ☐ c converge uniformemente in $(0, +\infty)^2$; ☐ d converge uniformemente in $\mathbb{R}^2 \setminus B_1(0, 0)$.
5. Si consideri il problema di Cauchy in avanti $v''(t) - \sigma v'(t) + \sigma^2 v(t) = 3$ per $t \geq 0$ e $v(0) = v'(0) = 3$, ove σ è un parametro reale. Allora la sua soluzione globale è ☐ a monotona ma non limitata per ogni $\sigma \neq 0$; ☐ b limitata per almeno un $\sigma > 0$; ☐ c non monotona e limitata se $\sigma < 0$; ☐ d limitata se e solo se $\sigma \leq 0$.
6. Sia $B = \{(x, y) \in [0, +\infty)^2 : (x^2/9) + (y^2/4) \leq 1\}$. Allora l'integrale $\int_B x dx dy$ vale ☐ a 6; ☐ b 4; ☐ c 3; ☐ d 2.
- 7. **Matematici:** Siano $\Omega \subseteq (0, +\infty)^3$ aperto, $\alpha \in \mathbb{R}$ e $\omega : \Omega \rightarrow (\mathbb{R}^3)^*$ data da $\omega(x, y, z) = z(x^2 + z^2)^{-1} dx + \alpha \ln y dy - x(x^2 + z^2)^{-1} dz$. Allora ω è ☐ a esatta in Ω per ogni α ; ☐ b chiusa in Ω se e solo se $\alpha = 0$; ☐ c chiusa ma non esatta in Ω se $\Omega = (0, +\infty)^3 \setminus \{(1, 1, 1)\}$ e $\alpha = 0$; ☐ d esatta in Ω per $\alpha = 0$ se e solo se Ω è sempl. connesso.
8. Sia $f : [-4, 4]^3 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y, z) = 5(x^2 + y^2) - 12(x + y) + 2xy + z$. Allora f ☐ a non ha minimo e $\inf f = -15$; ☐ b ha minimo e $\min f = -14$; ☐ c ha minimo e $\min f = -16$; ☐ d ha minimo e $\min f = -15$.
9. Se $\sinh \ln(1 + x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + o(x^3)$ per $x \rightarrow 0$, allora c vale ☐ a 1/2; ☐ b -1/2; ☐ c 1; ☐ d -1.
10. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = u^6(t)(3 - u(t))^5$ e $u(0) = 2$. Allora u è ☐ a non globale e non limitata; ☐ b globale e non decrescente; ☐ c limitata e non globale; ☐ d globale e non limitata.

spazio riservato alla commissione