

Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 26/09/05	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)
--	--	-------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ☒

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Sia $u : [0, T) \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ la soluzione massimale del problema di Cauchy $u'(t) = \sqrt{u^2(t) + 1} - u(t)$ e $u(0) = 0$. Allora ☐ a $T < +\infty$; ☐ b u è crescente e limitata; ☒ c u è concava; ☐ d u è costante.
2. Siano $A = \mathbb{R} \setminus [0, 3]$ e $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ continua. Allora ☐ a per ogni $c \in (\inf f, \sup f)$ l'equazione $f(x) = c$ ha almeno una soluzione in A ; ☐ b f almeno un punto di minimo assoluto; ☐ c f è integrabile in $A \cap [2, 5]$; ☒ d f è limitata in $A \cap [4, 6]$.
3. Fra le funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ elencate quella uniformemente continua è data dalla formula $f(x) =$ ☐ a $\sin(x^4)$; ☐ b $x^4 \arctan x$; ☒ c $|\arctan x|^{1/3}$; ☐ d $x^4 \arctan(|x|^{1/3})$.
4. L'integrale $\int_0^{\pi/4} e^x \sin x \, dx$ vale ☐ a $e^{\pi/4}$; ☐ b $-e^{\pi/4}$; ☐ c $-1/2$; ☒ d $1/2$.
5. Sia $f(x) = \sin^3 x - \sinh^3 x$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora ☒ a esiste un intorno di 0 in cui f decresce; ☐ b 0 è un punto di massimo relativo per f ; ☐ c esiste un intorno di 0 in cui f cresce; ☐ d 0 è un punto di minimo relativo per f .
6. Sia $f(x) = \int_0^1 \exp(xy^2) \, dy$ per $x \in \mathbb{R}$ e siano $a, b \in \mathbb{R}$ tali che $f(x) = a + bx + o(x)$ per $x \rightarrow 0$. Allora b vale ☐ a 0; ☐ b $1/2$; ☐ c $1/4$; ☒ d $1/3$.
7. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x \sin x$ se $x \leq 0$ e da $f(x) = 2(\cosh x - 1)$ se $x > 0$ risulta ☐ a di classe C^∞ ; ☒ b di classe C^3 e non di classe C^4 ; ☐ c di classe C^2 e non di classe C^3 ; ☐ d limitata.
8. Il volume dell'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 \leq 1, 0 \leq x \leq 2, y^2 + z^2 \leq 2 - x\}$ vale ☐ a $4\pi/3$; ☐ b 2π ; ☒ c $3\pi/2$; ☐ d 0.
9. Sia $\{x_n\}$ una successione reale che ha una sottosuccessione convergente a 0. Allora ☐ a $\{x_n\}$ è limitata superiormente; ☐ b $\{\sinh x_n\}$ è infinitesima; ☒ c esistono infiniti interi n tali che $\cos x_n > 1/2$; ☐ d $\{\sinh x_n\}$ è convergente.
10. Perché una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1 sia di classe C^2 è ☐ a sufficiente che f' sia convessa; ☐ b necessario che f' sia concava; ☒ c sufficiente che esista $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua tale che $f(x) = \int_0^x (\int_0^y g(t) \, dt) \, dy$ per ogni $x \in \mathbb{R}$; ☐ d necessario che f' sia lipschitziana.

spazio riservato alla commissione