

Analisi Matematica 2

Prova scritta 22/01/14	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Siano $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = xy + (x - 2)^2(y - 3)^3$ e $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Allora, perché la formula $f(2 + h, 3 + k) = 6 + ah + bk + ch^2 + dk^2 + hk + o(|(h, k)|^2)$ per $(h, k) \rightarrow (0, 0)$ sia vera è necessario che ☐ a $(a, c) = (0, 2)$; ☐ b $(a, c) = (0, 3)$; ☐ c $(b, d) = (2, 0)$; ☐ d $(b, d) = (3, 0)$.
- 2. **Fisici:** Siano $\alpha, \beta > 0$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = x^\alpha \sin(x^{-\beta})$ se $x > 0$ e $f(x) = 0$ se $x \leq 0$. Allora f è di classe C^2 se (α, β) vale ☐ a $(13, 6)$; ☐ b $(10, 4)$; ☐ c $(12, 5)$; ☐ d $(11, 3)$.
- 3. **Fisici:** La funzione $x \mapsto \int_0^1 \exp(-4xy^5) dy$, $x \in \mathbb{R}$, è ☐ a decrescente e concava; ☐ b crescente e convessa; ☐ c decrescente e convessa; ☐ d crescente e concava.
4. Posto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < 16x^2 + 9y^2 \leq 12\}$ e $f(x, y) = x^2 - y^2$ per $(x, y) \in D$, la funzione f ☐ a non ha minimo e $\inf f = -4/3$; ☐ b non ha massimo e $\sup f = 3/4$; ☐ c ha massimo e $\max f = 4/3$; ☐ d ha minimo e $\min f = -4/3$.
5. Detto $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \max\{|3x + y|, |x + 3y|\} \leq 1\}$, l'area di B vale ☐ a $4/3$; ☐ b $3/4$; ☐ c $1/2$; ☐ d 2 .
6. Sia $u : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la soluzione C^2 dell'equazione $u''(t) - 4u(t) = 1$ verificante $u(0) = 3/4$ e $u'(0) = -2$. Allora ☐ a u è monotona e non limitata; ☐ b $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t)$ è infinito; ☐ c u è limitata e non monotona; ☐ d $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t)$ è finito.
7. L'area della superficie $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x, x^2 + y^2 \leq 12/\sqrt{2}\}$ vale ☐ a 12π ; ☐ b 8π ; ☐ c 16π ; ☐ d 9π .
8. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = 4 - \arctan u(t)$, $u(0) = 0$. Allora ☐ a u non è globale; ☐ b u è non decrescente e convessa; ☐ c u è globale e concava; ☐ d u è globale e convessa.
9. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \int_0^1 \frac{\sin(x^4 y^5)}{x^4} dy$ vale ☐ a $1/6$; ☐ b $1/5$; ☐ c $1/4$; ☐ d $1/3$.
10. La funzione $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = x^{-1/2} \cos x^{1/2}$ è ☐ a uniformemente continua in $(0, 1)$; ☐ b limitata; ☐ c lipschitziana; ☐ d uniformemente continua in $(1, +\infty)$.

spazio riservato alla commissione