

Analisi Matematica 2

Prova scritta 21/09/10	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Sia $g(x, y, z) = \cos(x^2 + y^2) + \tanh^2 z$ per $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Allora l'origine è per g un punto ☐a di massimo locale; ☐b non di estremo locale; ☐c di minimo locale; ☐d non stazionario.
2. Sia $f : \mathbb{R}^n \rightarrow (0, +\infty)$ uniformemente continua. Allora è uniformemente continua anche ☐a $(\sinh f)/f$; ☐b $(1 - \cos f)/f$; ☐c f^2 ; ☐d $1/f$.
3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ . Allora perché f^2 sia convessa è sufficiente che ☐a $f'' \geq 0$; ☐b $f \geq 0$ e f' sia non decrescente; ☐c f sia convessa; ☐d $f(x) = x^6 - 1 \quad \forall x$.
- 4. **Matematici:** Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e si ponga $f_n(x) = f(x + 1/n)$ per $x \in \mathbb{R}$ e $n = 1, 2, \dots$. Allora perché $\{f_n\}$ converga uniformemente è sufficiente che f sia ☐a di classe C^∞ ; ☐b continua; ☐c limitata; ☐d lipschitziana.
5. La funzione $u : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua e verifica $u(t) = 1 - \int_0^t u(s) ds$ per ogni $t \geq 0$. Allora il limite $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t)$ ☐a vale 1; ☐b non esiste; ☐c vale 0; ☐d è infinito.
6. Sia $I = \int_S 6y(1 + 4z)^{-1/2} dS$ ove $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y \geq 0, |(x, y)| \leq 1, z = x^2 + y^2\}$. Allora I vale ☐a 4; ☐b 2; ☐c 1; ☐d 3.
- 7. **Matematici:** Siano $\omega : \mathbb{R}^2 \rightarrow (\mathbb{R}^2)^*$ data da $\omega(x, y) = (3x^2y - x) dx + (x^3 + y) dy$, S il segmento di estremi $(0, 1)$ e $(1, 1)$ e $I = \int_S \omega$. Allora ☐a ω è chiusa e $I = 1/2$; ☐b ω non è esatta e $I = 0$; ☐c ω non è chiusa $I = -1/2$; ☐d ω è esatta e $I = 1$.
8. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y, z) = 2x^4 - x^2(5y - 6z + 1)$. Allora la restrizione di f al piano di equazione $5y = 6z$ ha ☐a solo due punti di minimo assoluto e valore minimo $-1/8$; ☐b solo due punti di minimo assoluto e valore minimo $1/8$; ☐c infiniti punti di minimo assoluto; ☐d nessun punto di minimo assoluto.
9. La formula $\lim_{x \rightarrow 0} x^{-\alpha}(4x^2 + \ln(1 - 4x^2)) = \ell$ è vera se (α, ℓ) vale ☐a $(2, -8)$; ☐b $(4, -8)$; ☐c $(4, 0)$; ☐d $(6, 0)$.
10. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy **in avanti** $u'(t) = t^3 \arctan u(t)$ e $u(0) = 3$. Allora ☐a u è limitata; ☐b u è globale e convessa; ☐c u non è globale; ☐d u è monotona e non convessa.

spazio riservato alla commissione