

Analisi Matematica 2

Prova scritta 18/06/12	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Sia $\psi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $\psi^{(k)}(0) = 0$ per $0 \leq k \leq 5$ e $\psi^{(6)}(x) \geq 0$ per ogni x . Allora per ogni x risulta ☐ a $x^3\psi(x) \geq 0$; ☐ b $x^3\psi(x) \leq 0$; ☒ c $x^4\psi(x) \geq 0$; ☐ d $x^4\psi(x) \leq 0$.
- 2. **Matematici:** Per $x \in \mathbb{R}$ sia $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^{n+2}/c_n$ ove $c_n = n!(n+5)$. Allora la formula $f(1/2) = k \int_0^{1/2} y^4 e^y dy$ è vera se k vale ☐ a 4; ☐ b 2; ☐ c 16; ☒ d 8.
- 3. **Matematici:** Siano $\omega : (0, +\infty)^3 \rightarrow (\mathbb{R}^3)^*$ e P la forma differenziale e la poligonale date da $\omega(x, y, z) = \ln y^5 dx + ((5x+8y)/y) dy + 2z dz$ e $P = [(2, 1, 3), (5, 8, 9), (4, 1, 4)]$. Allora $\int_P \omega$ vale ☐ a 21; ☐ b 12; ☒ c 7; ☐ d 16.
4. Siano $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < 2x^2 + 3y^2 \leq 4\}$ e $f(x, y) = 5x - 6y$ per $(x, y) \in A$. Allora f ☐ a ha massimo e non ha minimo; ☐ b ha minimo e non ha massimo; ☐ c ha un punto di massimo (x, y) verificante $xy > 0$; ☒ d ha un punto di massimo (x, y) verificante $xy < 0$.
5. Siano $\Gamma = \{(x, y) \in [1, 2] \times \mathbb{R} : y = x^5\}$ e $f(x, y) = 4x^{-2}y(1+25x^8)^{-1/2}$ per $(x, y) \in \Gamma$. Allora $\int_\Gamma f ds$ vale ☐ a 16; ☐ b 30; ☒ c 15; ☐ d 24.
6. Se $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^2 tale che $u''(t) + 4u(t) = \cos 2t$ per ogni t e $u(0) = u'(0) = 0$, allora $u(\pi/4)$ vale ☐ a $\pi/64$; ☐ b 0; ☐ c $\pi/36$; ☒ d $\pi/16$.
7. Per $r, h > 0$ sia $\Sigma(r, h) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |(x, y)| = r, y \geq 0, 0 \leq z \leq h\}$. Allora la formula $\int_{\Sigma(10,8)} \ln(1+z' + |(x', y')|) dS = \lambda \int_{\Sigma(4,2)} \ln(1+8z/2 + |10(x, y)/4|) dS$ è corretta se λ vale ☐ a 25; ☐ b $10/4$; ☐ c $4/10$; ☒ d 10.
8. Sia $w : [0, t^*) \rightarrow \mathbb{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $w'(t) = \exp(-t^4 w(t))$ per $t \in [0, t^*)$ e $w(0) = 0$. Allora w è ☐ a non globale e limitata; ☐ b non globale e non limitata; ☒ c globale e concava; ☐ d globale e convessa.
9. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = \int_0^1 \exp(-x^3 y^2) dy$ è ☒ a monotona in $(-2, 2)$; ☐ b lipschitziana; ☐ c limitata in $(-\infty, 2)$; ☐ d limitata.
10. Sia $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ lipschitziana. Allora ☐ a $\cosh f$ è uniformemente continua; ☐ b f^4 è uniformemente continua; ☐ c $|f|^{1/4}$ è lipschitziana; ☒ d $\cos^3 f$ è uniformemente continua.

spazio riservato alla commissione