

# Analisi A

| Appello<br>del giorno | Cognome e nome (stampatello chiaro) | C.L. (M/F) |
|-----------------------|-------------------------------------|------------|
| <b>17/09/07</b>       |                                     |            |

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

- Siano  $\{a_n\}$  una successione reale positiva infinitesima e  $\lambda > 0$ . Allora la serie  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^{-\lambda}$   
☐ converge se  $\lambda > 1$ ; ☐ converge se  $\lambda = 1$  e  $a_n = o(1/n)$  per  $n \rightarrow \infty$ ;  
☐ diverge se  $\lambda < 1$ ; ☐ converge se  $n^{1+2\lambda} = O(1/a_n)$  per  $n \rightarrow \infty$ .
- Detto  $\mathcal{E}$  il semianello dei rettangoli di  $\mathbb{R}^2$  e rappresentato il generico  $E \in \mathcal{E}$  come  $E = E_1 \times E_2$ , si ponga  $m(E) = \text{area}(E \cap (0, +\infty)^2) + \alpha \text{lung}(E_1 \cap (-\infty, 0))$  ove  $\alpha = 1$  se  $0 \in E_2$  e  $\alpha = 0$  altrimenti. Sia poi  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = 4$  se  $x \in (-2, 0] \times (-3, 0)$ ,  $f(x) = 5$  se  $x \in (-2, 0] \times [0, 3]$ ,  $f(x) = 6$  se  $x \in (0, 2) \times [0, 3]$  e  $f(x) = 0$  altrimenti. Allora, nell'ambito dello spazio elementare di misura  $(\mathbb{R}^2, \mathcal{E}, m)$ , l'integrale  $\int_{\mathbb{R}} f(x) dm$  vale ☐ 44; ☐ 54; ☐ 66; ☐ 46.
- Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \sqrt{x}$  se  $x > 0$  e  $f(x) = 1$  se  $x \leq 0$ . Allora  $f$  è  
☐ continua ma non di classe  $C^1$ ; ☐ monotona ma non strettamente; ☐ integrabile in  $[-2, 2]$ ; ☐ differenziabile in  $(-\infty, 0]$ .
- Per  $\alpha \in [0, +\infty)$  sia  $f_\alpha : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $f(x) = x^2/(1+x^\alpha)$ . Allora  $f_\alpha$   
☐ ha massimo per ogni  $\alpha$ ; ☐ è monotona per ogni  $\alpha$ ; ☐ è discontinua per almeno un  $\alpha$ ; ☐ ha massimo se e solo  $\alpha > 4$ .
- La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \ln(1 + (1/n))$  ☐ converge assolutamente; ☐ converge semplicemente; ☐ diverge a  $+\infty$ ; ☐ converge a una somma  $S > 1$ .
- Siano  $a, b \in \mathbb{R}$  e  $\alpha \in (0, +\infty)$  tali che  $\exp(\sin(1/n^2)) = a + bn^{-\alpha} + o(n^{-\alpha})$  per  $n \rightarrow \infty$ . Allora  $a + b + \alpha$  vale ☐ 3; ☐ 2; ☐ 5; ☐ 4.
- Il limite  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^2}$  vale ☐ 2; ☐ 0; ☐ 1; ☐  $+\infty$ .
- La somma delle radici complesse dell'equazione  $z^4 - 2z^3 + 6z^2 - 8z + 8 = 0$  vale ☐ 0; ☐ -2; ☐ 2; ☐  $2i$ .
- L'integrale  $\int_0^\pi x^2 \cos x dx$  vale ☐  $\pi$ ; ☐  $-2\pi$ ; ☐  $-\pi$ ; ☐ 0.
- Sia  $\mathbf{f} : (0, +\infty) \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  data da  $f_1(x, y) = (1 + e^2) \ln(1 + |xy|)$  e  $f_2(x, y) = x^y$ . Allora  $\text{div } \mathbf{f}(e^2, 1)$  vale ☐  $1 + e^2$ ; ☐  $(1, e^2)$ ; ☐  $(1, 2e^2)$ ; ☐  $1 + 2e^2$ .

spazio riservato alla commissione