

Analisi B

Appello del giorno 17/07/06	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)
--	--	-------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ☐

Nell'esercizio • i matematici/fisici ignorino la parte **SoloF** [...] / **SoloM** [...] del testo.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Siano $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y^2 + z^2 \leq 16\}$ e B la palla di $\mathbb{R}^3$ di centro 0 e raggio 5. Allora il volume di $B \setminus C$ vale ☐ 36 π ; ☐ 392 $\pi/3$; ☐ 500 $\pi/3$; ☐ 160 π .
2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ continua. Allora si ha $\int_0^1 \left(\int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dx \right) dy = \int_0^1 \left(\int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f(x, y) dy \right) dx$ se, per ogni $x \in [0, 1]$, $(\alpha(x), \beta(x))$ vale ☐ (0, x^2); ☐ ($\sqrt{x}$, 1); ☐ (0, $\sqrt{x}$); ☐ (x^2 , 1).
3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ e si ponga $a_n = f^{(n)}(0)/n!$ per $n \in \mathbb{N}$. Perché $\forall x$ valga la formula $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ è sufficiente che ☐ per ogni x la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ converga; ☐ per ogni x la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ converga assolutamente; ☐ $|f^{(n)}(x)| \leq 1 + x^6 \quad \forall x \quad \forall n$; ☐ $a_n = 0 \quad \forall n$.
4. Il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = \exp(-u^2(t)) \tanh(|u(t)|^{1/3}) + t/(1+t^2)$ ($t \geq 0$) e $u(0) = 1$ ha ☐ una soluzione globale limitata; ☐ un'unica soluzione massimale ma non globale; ☐ più di una soluzione definita in $[0, 1]$; ☐ una soluzione globale non limitata.
5. Sia $f(x) = \int_0^1 \cos^7(xy) dy$, $x \in \mathbb{R}$. Allora esiste un intorno di $x = 0$ in cui f è ☐ concava; ☐ crescente; ☐ decrescente; ☐ convessa.
6. Sia $f(x) = \max\{e^x, 1/2^x\}$, $x \in \mathbb{R}$. Allora f è ☐ lipschitziana; ☐ di classe C^1 ma non C^2 ; ☐ limitata; ☐ convessa.
- 7. Sia **SoloM** [$u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} n t^n$ per $|t| < 1$] **SoloF** [$u : [0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ la soluzione del problema di Cauchy $u'(t) = (1-t)^{-3} + u(t)/(1-t)$, $u(0) = 0$]. Allora $u(1/3)$ vale ☐ 4/9; ☐ 3/4; ☐ 9/4; ☐ 4/3.
8. Posto $C = \{(t^2, t^3) : t \in [1, 2]\}$, siano $f(x, y) = \{(x+y)\sqrt{4+9x}\}^{-1}$ per $(x, y) \in C$ e $I = \int_C f(x, y) ds$. Allora e^I vale ☐ 3/4; ☐ 12; ☐ 4/3; ☐ 3.
9. Sia $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$ di classe C^∞ . Perché f^2 sia convessa è ☐ necessario che f sia convessa; ☐ sufficiente che f sia convessa e positiva; ☐ sufficiente che f sia convessa; ☐ necessario che f sia positiva.
10. Sia $f(x, y, z) = y \sinh x + \cos z$ per $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Allora l'origine è per f un punto ☐ di massimo locale; ☐ di minimo locale; ☐ non stazionario; ☐ stazionario ma non di estremo locale.

spazio riservato alla commissione