

Analisi Matematica 2

Prova scritta 15/09/14	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Sia $a \in \mathbb{R}$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{n} - \arctan \frac{1}{n} \right)$ ☐a diverge per ogni a ; ☐b converge se $a > 1$; ☐c converge se $a = 1$; ☐d diverge se e solo se $a \leq 1$.
- 2. **Matematici:** Sia $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (x^{n+1}/(2n+1)!)$. Allora ☐a f è limitata inferiormente; ☐b il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x)/\sqrt{x})$ esiste finito; ☐c $x \mapsto f(x)/\sqrt{x}$ è monotona; ☐d $x \mapsto f(x)/\sqrt{x}$ è limitata superiormente.
- 3. **Matematici:** Siano $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > 0\}$ e $\omega : \Omega \rightarrow (\mathbb{R}^3)^*$ data dalla formula $\omega(x, y, z) = x^{-1/2}y dx + 2x^{1/2}dy + 2dz$. Allora, posto $C = [(4, 2, 2), (1, 1, 1)]$, l'integrale $\int_C \omega$ vale ☐a 8; ☐b 7; ☐c 6; ☐d 9.
4. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $g(x) = \sqrt{x}(\sinh \sqrt{x})^4$ se $x > 0$ e $g(x) = 0$ se $x \leq 0$. Allora g è ☐a non differenziabile in 0; ☐b di classe C^1 e non C^2 ; ☐c di classe C^3 e non C^4 ; ☐d di classe C^2 e non C^3 .
5. Sia u una soluzione massimale dell'equazione $u'(t) = t^4(64 - u^6(t))$. Allora u è soluzione globale se ☐a $u(0) = -4$; ☐b $u(6) = -4$; ☐c $u(6) = 1$; ☐d $u(0) = -6$.
6. Sia $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $h(x, y) = (y^2 - 1)^2 + x^2$. Allora h ☐a ha minimo assoluto in $(0, 0)$; ☐b non ha minimo assoluto; ☐c ha massimo assoluto in $(0, -1)$; ☐d ha due punti di minimo locale.
7. Siano Ω un aperto di $\mathbb{R}^3$ e $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ continua. Allora f è (notazioni: L=lipschitziana, U=unif. continua) ☐a L se f è di classe C^1 con ∇f limitato; ☐b U se Ω è un disco; ☐c L se $\Omega = \mathbb{R}^3$; ☐d U se f è differenziabile con ∇f limitato e Ω è un semipiano.
8. Sia $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $u'''(t) - 6u''(t) + 8u'(t) = 3e^t$ per ogni t . Allora ☐a u è limitata; ☐b u è monotona; ☐c il limite $\lim_{x \rightarrow -\infty} u(t)$ esiste finito; ☐d $\lim_{x \rightarrow -\infty} |u(t)| = +\infty$.
9. Siano $\Gamma = \{(x, y) \in [0, 1] \times \mathbb{R} : 3y = x^3\}$, $a, b > 0$ e $I = \int_0^1 \sqrt{a + x^b} dx$. Allora I è la lunghezza di Γ se (a, b) vale ☐a $(1, 4)$; ☐b $(1, 2)$; ☐c $(3, 1)$; ☐d $(1, 3)$.
10. Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \{x^3 \sqrt{x^2 - 1} - x^4 + (x^2/2)\}$ vale ☐a 0; ☐b $+\infty$; ☐c $-1/4$; ☐d $-1/8$.

spazio riservato alla commissione