

Analisi B

Prova scritta 14/09/09	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Sia $g(x, y, z, t) = y \cos x + z^2$ per $(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4$. Allora ☐a g ha almeno un punto di minimo relativo; ☐b g non ha punti di massimo locale; ☐c g ha un numero finito di punti stazionari; ☐d $g|_{[0,1]^4}$ non ha minimo assoluto.
2. Siano $g, f \rightarrow \mathbb{R}$ tali che $|g(x) - g(y)| \leq f(|x - y|)$ per ogni $x, y \in \mathbb{R}$ e $f(0) = 0$. Allora ☐a g è lipschitziana se f è limitata; ☐b g è uniformemente continua se f è continua; ☐c g è limitata se f è continua; ☐d g è lipschitziana se f è continua.
3. Sia $\psi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^2 e si ponga per brevità $\psi_{ij} = D_i D_j \psi$ per $i, j = 1, 2$. Allora perché ψ sia convessa è ☐a $necessario che $\psi_{11}(x) > 0$ per ogni x ; ☐b $necessario che $\psi_{12}^2(x) \leq \psi_{11}(x)\psi_{22}(x)$ per $x = (0, 0)$; ☐c $sufficiente che $\psi_{12}^2(x) \leq \psi_{11}(x)\psi_{22}(x)$ per ogni x ; ☐d $sufficiente che $\psi_{11}(x) > 0$ e $\psi_{22}(x) > 0$ per ogni x .$$$$
- 4. **Fisici:** Per $r > 0$ sia $D(r) = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| \leq r, x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$ e sia $\lambda \in \mathbb{R}$ tale che $\int_{D(3)} f(x) dS(x) = \lambda \int_{D(1)} f(3y) dS(y)$ per ogni $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ continua. Allora λ vale ☐a 9 ; ☐b 4 ; ☐c 27 ; ☐d 8 .
5. Sia $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ verificante $u''(t) + u(t) = -2 \sin t$ per ogni $t \in \mathbb{R}$, $u(0) = 0$ e $u'(0) = 1$. Allora $u(\pi)$ vale ☐a 1 ; ☐b -1 ; ☐c $-\pi$; ☐d π .
6. Sia $J = \int_S y^2 ds(x, y)$ ove S è il segmento di estremi $(0, 0)$ e $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$. Allora J vale ☐a $4/3$; ☐b $9\sqrt{2}$; ☐c $2\sqrt{2}/3$; ☐d 9 .
- 7. **Fisici:** Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} x^{-4}(2 \cosh x - x \sin x - 2)$ vale ☐a $-1/12$; ☐b $-1/4$; ☐c $1/4$; ☐d $1/12$.
8. Siano $\Sigma = \{(x, y) \in [0, +\infty)^2 : x + y = 2\}$ e $v : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$ data da $v(x, y) = x^2 + y^2$. Allora ☐a $\min v = 3$ e v non ha massimo; ☐b $\min v = 3$ e $\max v = 5$; ☐c $\min v = 2$ e $\max v = 4$; ☐d $\min v = 2$ e $\max v = 5$.
9. Per $x \in \mathbb{R}$ sia $f(x) = x^2 - x/2 + \int_0^1 \sin(xy) dy$. Allora esiste un intorno di 0 in cui f ☐a $cresce$; ☐b $è convessa$; ☐c $è concava$; ☐d $decresce$.
10. Per $\alpha \in \mathbb{R}$ sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy $u' = u^+$ e $u(0) = \alpha$. Allora, per ogni α , si ha che ☐a u non è limitata; ☐b u è convessa; ☐c u è limitata; ☐d u è strettamente monotona.

spazio riservato alla commissione