

Analisi B

Appello del giorno 11/02/09	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)
--	--	-------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Si ponga $u(x) = \sinh x^2$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora $u^{(18)}(0)$ vale ☐ a $18!$; ☐ b $37!$; ☐ c $18!/9!$; ☐ d $18!/37!$.
- 2. **Matematici:** Considerata la serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \pi^{2n} x^n / (2n)!$, siano r il suo raggio di convergenza e $f : (-r, r) \rightarrow \mathbb{R}$ la sua somma. Allora ☐ a $r = 1$ e $f'(1^-) = +\infty$; ☐ b $r = 1$ e $f'(1^-)$ esiste finito; ☐ c $r > 1$ e $f(1) > 0$; ☐ d $r > 1$ e $f(1) \leq 0$.
- 3. **Matematici:** Siano $\Omega = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$ e $\Omega' \subseteq \Omega$ un aperto. Per $(x, y) \in \Omega$ si ponga $\omega(x, y) = (\ln r + x^2/r^2) dx + (xy/r^2) dy$ con l'abbreviazione $r = |(x, y)|$. Allora ω è ☐ a chiusa in Ω' se e solo se Ω' è semplicemente connesso; ☐ b esatta in Ω' se e solo se Ω' è semplicemente connesso; ☐ c esatta in Ω ; ☐ d chiusa ma non esatta in Ω .
4. Siano $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ e $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = 1 + x^2 + y^2$. Allora il numero dei punti di estremo relativo per f è ☐ a 1; ☐ b 2; ☐ c 0; ☐ d ∞ .
5. Sia $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^2 e si ponga $a_{ij} = D_i D_j f(0)$ per $i, j = 1, \dots, n$. Allora, perché f abbia minimo locale in 0 , è ☐ a nec. che $a_{ij} \geq 0 \ \forall i, j$; ☐ b suff. che $a_{ij} > 0 \ \forall i, j$; ☐ c nec. che $a_{ii} \geq 0$ per ogni i ; ☐ d suff. che $a_{ii} > 0$ per ogni i .
6. Se $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è C^∞ e tale che $u'' + 2u' + 2u = 0$, allora u è ☐ a non convessa; ☐ b non monotona; ☐ c infinitesima a $-\infty$; ☐ d monotona se e solo se $u(0) = u'(0) = 0$.
7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Perché f sia di classe C^1 in $\mathbb{R}$ è ☐ a suff. che i limiti unilateri $f'(0^\pm)$ esistano finiti e uguali; ☐ b suff. che f sia differenziabile in 0 ; ☐ c nec. che f' sia limitata; ☐ d suff. che f sia continua in 0 e che il limite $\lim_{x \rightarrow 0} f^{(n)}(x)$ esista finito per ogni $n > 0$.
8. La soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = t^{1/2} \tanh u(t)$, $u(0) = 1$, è ☐ a globale e limitata; ☐ b non globale ma limitata; ☐ c globale ma non limitata; ☐ d non globale e non limitata.
9. Sia $B = \{(x, y) \in (0, +\infty)^2 : |(x, y)| \leq 2\}$. Allora $\int_B x^2 dx dy$ vale ☐ a π ; ☐ b $\pi/3$; ☐ c $2\pi/3$; ☐ d $\pi/2$.
10. Sia $h : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ con $h(x)$ definito di volta in volta. Quella non uniformemente continua è ☐ a $\tanh x \sin(1/x)$; ☐ b $|x|^{1/3}$; ☐ c $(\sin x^2)/(1+x^2)$; ☐ d $\cos x \operatorname{sign} x$.

spazio riservato alla commissione