

Analisi B

Appello del giorno 09/07/07	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)
--	--	-------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

Nell'esercizio • i matematici/fisici ignorino la parte **SoloF** [...] / **SoloM** [...] del testo.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

-
- 1. **SoloM** [Siano $f_n : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ date da $f_n(x) = n^2 x \exp(-nx)$ e $A \subseteq [0, +\infty)$. Allora $\{f_n\}$ converge uniformemente in A] **SoloF** [Siano $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ continua e $A \subseteq [0, +\infty)$. Allora f è limitata in A] ☐a se A è chiuso e $0 \notin A$; ☐b se e solo se A è chiuso e limitato; ☐c se A è chiuso; ☐d se A è limitato.
2. Sia $u : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la soluzione del problema di Cauchy $u''' - u' = 0$, $u(0) = 3$, $u'(0) = -1$, $u''(0) = 1$. Allora $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t)$ vale ☐a 3; ☐b 4; ☐c 5; ☐d 2.
3. Sia $F(x, y) = (x^3 - x)(y^3 - y)$ per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Allora F ha ☐a almeno 10 punti stazionari non di estremo; ☐b almeno 5 punti di estremo locale; ☐c almeno 3 punti di estremo locale; ☐d almeno un punto di minimo globale.
4. Sia $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 2, x^2 + y^2 \leq \min\{z^2, (2-z)^2\}\}$. Allora il volume di B vale ☐a π ; ☐b 2π ; ☐c $\pi/3$; ☐d $2\pi/3$.
5. Per ogni $\lambda \in \mathbb{R}$ si consideri il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = u^2(t) - \cos u(t)$, $u(0) = \lambda$ e sia $u_\lambda : [0, T_\lambda) \rightarrow \mathbb{R}$ la sua soluzione massimale. Allora ☐a u_λ è globale e limitata per almeno un λ ; ☐b u_λ è globale per ogni λ ; ☐c u_λ è globale e non limitata per almeno un λ ; ☐d u_λ non è globale per alcun λ .
6. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ se $x \geq 0$ e $f(x) = e^{-|x|^{1/2}}$ se $x < 0$. Allora f è ☐a convessa; ☐b di classe C^1 ; ☐c lipschitziana; ☐d uniformemente continua.
7. Siano $K = \{(x, y) : x \geq 0, 0 \leq y \leq 1, y = (x + y)^2\}$ e $f(x, y) = x^2 - y^2$ per $(x, y) \in K$. Allora il valore massimo di f vale ☐a $1/9$; ☐b $1/81$; ☐c $1/27$; ☐d $1/18$.
8. Perché $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sia uniformemente continua è ☐a nec. che f sia lipschitziana; ☐b suff. che f sia differenziabile con $\sin f'$ limitata; ☐c suff. che $|f(x) - f(y)| \leq \tanh|x - y|$ per ogni x, y ; ☐d nec. che f sia continua e limitata.
9. Sia $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 1, y = \sqrt{|x|}\}$. Allora $\int_C \sqrt{|x|} ds$ vale ☐a $5\sqrt{5}$; ☐b $(5^{3/2} - 1)/6$; ☐c $4/3$; ☐d $5\sqrt{5}/6$.
10. Siano $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1 e $g(x) = \int_0^{x^6} \phi(t) dt$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora ☐a g è concava se ϕ è noncrescente; ☐b g è convessa se e solo se ϕ è nondecreciente; ☐c g è concava in $(0, +\infty)$ se ϕ è noncrescente; ☐d g è convessa se ϕ è nondecreciente e $\phi(0) = 0$.

spazio riservato alla commissione