

Analisi B

Appello del giorno 06/07/09	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)
--	--	-------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Si consideri il problema di Cauchy **completo** $u'(t) = -t^2 + \sin u(t)$, $u(0) = 0$. Allora u

☐ a ha in 0 un punto di massimo locale;
☐ b ha in 0 un punto di minimo locale;

☐ c decresce in un intorno di 0;
☐ d cresce in un intorno di 0.
2. Siano $A \subset \mathbb{R}^n$ contenente l'origine e $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ lipschitziana. Allora f è

☐ a uniformemente continua se e solo se A è limitato;
☐ b uniformemente continua se e solo se A è chiuso;

☐ c limitata in $A \cap (-5, 2)^n$;
☐ d limitata in $A \cap [0, +\infty)^n$.
3. Siano Ω un aperto di $\mathbb{R}^2$ e $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = 2x^6 + 9y^5$. Allora f è convessa se Ω è

☐ a incluso in $\mathbb{R} \times (0, +\infty)$;
☐ b convesso;

☐ c l'insieme dei punti (x, y) tali che $x > |y|$;
☐ d l'insieme dei punti (x, y) tali che $y > |x|$.
- 4. **Fisici:** Siano $\Omega = B_1(0) \subset \mathbb{R}^2$ il disco unitario aperto e $f : \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x, y) = (x + y)^2 + 2$. Allora $\max f$

☐ a vale 4 ed è assunto su $\partial\Omega$;
☐ b vale 4 ed è assunto in Ω ;

☐ c vale 3 ed è assunto su $\partial\Omega$;
☐ d vale 3 ed è assunto in Ω .
5. Si consideri il problema di Cauchy **in avanti** $u'' + u' + u = 3$, $u(0) = 0$, $u'(0) = 3$. Allora la sua soluzione globale è

☐ a monotona e non limitata;
☐ b monotona e limitata;

☐ c limitata e non monotona;
☐ d non limitata e non monotona.
6. Sia $S = \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : |x| < 1, x_2 > 0\}$. Allora $\int_S |x|^3 x_2 dx$ vale

☐ a 1/3;
☐ b 1/4;

☐ c 1/5;
☐ d 2/5.
- 7. **Fisici:** Se $\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq y \leq x \leq 2, z = 4e^x - 3e^y\}$ e $f : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$ è data da $f(x, y, z) = (1 + z^2 + 24e^{x+y})^{-1/2}$, l'integrale $\int_\Sigma f dS$ vale

☐ a 8;
☐ b 16;

☐ c 2;
☐ d 24.
8. Siano $A \subseteq \mathbb{R}^n$ e $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Allora perché f abbia massimo assoluto è

☐ a sufficiente che A sia chiuso;
☐ b necessario che A sia limitato;

☐ c sufficiente che $A = \mathbb{R}^n$ e $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} |x|^{-1} f(x) = -5$;
☐ d sufficiente che $A = \mathbb{R}^n$ e $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x) < 0$.
9. Per $x \in \mathbb{R}$ sia $f(x) = \int_x^1 (\sinh(xy^2) + \cos(xy^2)) dy$. Allora $f'(0)$ vale

☐ a 1/3;
☐ b -2/3;

☐ c -1/3;
☐ d -1.
10. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \{-2x^{-5} + x^{-10} \ln(1 + 2x^5)\}$ vale

☐ a 5;
☐ b -2;

☐ c -5;
☐ d $-\infty$.

spazio riservato alla commissione