

Analisi Matematica 2

Prova scritta 02/02/11	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Il massimo degli n interi che rendono vera la formula $\sinh(x^4) = x^4 + (1/6)x^{12} + o(x^n)$ per $x \rightarrow 0$ vale ☐ a 12; ☐ b 9; ☐ c 19; ☐ d 14.
- 2. **Matematici:** Il raggio di convergenza della serie $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n z^{2n+3} / (n!)^\alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$, vale ☐ a $+\infty$ se e solo se $\alpha \geq 1$; ☐ b 1 se $\alpha = 1$; ☐ c 0 per almeno un $\alpha \in (0, 1)$; ☐ d $+\infty$ per ogni $\alpha > 0$.
- 3. **Matematici:** Uno degli aperti di $\mathbb{R}^3$ elencati è semplicemente connesso. Individuare quale. Notazioni: $B_r = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| < r\}$ e $C_r = \{x \in \mathbb{R}^3 : |(x_1, x_2)| < r\}$ per $r > 0$. ☐ a il complementare di una retta; ☐ b $C_2 \setminus \overline{C}_1$; ☐ c $B_2 \setminus \overline{B}_1$; ☐ d $\mathbb{R}^3 \setminus \overline{C}_1$.
4. Se $f(x, y) = \sin x \sin y$ per $(x, y) \in (0, \pi)^2$, allora f ha ☐ a almeno un punto di minimo locale; ☐ b almeno un punto stazionario che non è di estremo locale; ☐ c infiniti punti stazionari; ☐ d almeno un punto di massimo globale.
5. Sia $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ e si ponga $v(x, y) = u(2x + 3y)$ per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Allora la formula $D_x^n D_y^n v(1, 1) = \lambda u^{(k)}(c)$ è vera se (n, k, c, λ) vale ☐ a $(1, 2, 1, 6)$; ☐ b $(1, 2, 5, 36)$; ☐ c $(2, 4, 5, 36)$; ☐ d $(2, 1, 5, 6)$.
6. Sia v la soluzione globale del problema di Cauchy $v''(t) + 3v'(t) + 2v(t) = e^{-t}$ per ogni t , $v(0) = 0$ e $v'(0) = 1$. Allora $v(-2)$ vale ☐ a 0; ☐ b 2; ☐ c $2e^{-2}$; ☐ d $-2e^2$.
7. Sia $C_r = \{x \in \mathbb{R}^3 : |x| = r, x_1 = x_2\}$, $r > 0$. Allora $\int_{C_1} \exp(x_1) ds = \lambda \int_{C_2} \exp(x_1/2) ds$ se λ vale ☐ a 2; ☐ b 4; ☐ c $1/4$; ☐ d $1/2$.
8. Per $\alpha \in (0, +\infty)$ sia u_α la soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = u^3(t) - u^4(t)$, $u(0) = \alpha$. Allora ☐ a ogni u_α è globale e limitata; ☐ b almeno una u_α non è globale; ☐ c ogni u_α è concava; ☐ d ogni u_α è strettamente monotona.
9. Per $x \in \mathbb{R}$ sia $f(x) = \int_{-1}^{2x} \sin(x^6 y^5) dy$. Allora il rapporto $f'(1/2) / \sin(2^{-6})$ vale ☐ a 2; ☐ b $1/2$; ☐ c $1/6$; ☐ d $1/5$.
10. Se $\alpha \in (0, 1)$ la funzione $x \mapsto x^\alpha$, $x \in (0, +\infty)$, è ☐ a lipschitziana; ☐ b convessa; ☐ c limitata; ☐ d uniformemente continua.

spazio riservato alla commissione