ANALISI MATEMATICA 2	Cognome e Nome	firma
25/09/2017		

PARTE A

1. [6 pt] Siano dati la funzione $f(x,y) = \sqrt[3]{x^2y}$ e il vettore unitario $v := (\cos\theta, \sin\theta) \in \mathbb{R}^2$.
   (a) Calcolare (se esiste) $\partial_v f(0,0)$, in funzione di θ;
   (b) Calcolare (se esiste) il piano tangente al grafico di f in $(0,0)$.

2. [6 pt] Data la serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)^2\,(x-3)^n}{n^e e^n}$,
   (a) determinare il raggio di convergenza:
   (b) determinare l'insieme di convergenza:

3. [6 pt] Determinare i punti stazionari della funzione $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4xy$ e classificarli.

4. [4 pt] Sia dato il campo $F(x,y,z) = \big(2xz + ye^{xy}, \cos(z) + xe^{xy}, x^2 - y\sin(z)\big)$. Determinarne un potenziale.

   $U(x,y,z) =$

5. [6 pt] Dato $D := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 \leq 2x \leq 4\}$, calcolare, riportando i passaggi salienti,

   $$\iint_D \frac{y^2}{32}\,dx\,dy =$$

6. [6 pt] Calcolare, riportando i passaggi salienti, il flusso del campo $\mathbf{F}(x,y,z) = (z, x^2y, y^2z)$ uscente dalla superficie del solido

   $$E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\}.$$

PARTE B

7. [±12 pt] Sia $f(x, y) = \arctan(x + y)$. Vero o Falso: f ha massimo e minimo sull'insieme dato (Attenzione: una risposta giusta vale 2 punti, sbagliata -2, lasciata in bianco 0.)

   (a) $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4\}$ $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$

   (b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy \geq 1\}$ $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$

   (c) $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\} \cup \{x = 0, 1 \leq y \leq 2\}$ $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$

   (d) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 5, -\sqrt{2} < y < \sqrt{2}\}$ $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$

   Inoltre, sia $\mathbf{F} \in C^1(\mathbb{R}^3; \mathbb{R}^3)$

   (e) Se $\mathbf{F}$ è conservativo, allora $\mathbf{F}$ è irrotazionale $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$

   (f) Se $\mathbf{F}$ è irrotazionale, allora $\mathbf{F}$ è conservativo $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$

8. [5 pt] Enunciare il teorema della funzione implicita di Dini.

9. [5 pt] Siano date $f \in C^1(\mathbb{R}^3)$ e $g \in C^1(\mathbb{R}^2)$. Calcolare

   $$\frac{\partial}{\partial y}\{f(x, y, g(x, y))\} =$$

10. [6 pt] Siano $D \subset \mathbb{R}^2$ e $\sigma : D \to \mathbb{R}^3$, $\sigma(u, v) = (\sigma_1(u, v), \sigma_2(u, v), \sigma_3(u, v))$. Quali ipotesi assicurano che σ sia una superficie regolare?

    Scrivere le formule per:

    a) il vettore normale in un punto (u_0, v_0)

    b) l'area della superficie

11. [6 pt] Impostare (ma non calcolare) un integrale triplo per il calcolo del volume dell'insieme

$$D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - z^2 \leq 0,\ 1 \leq z \leq 2\}.$$