ANALISI MATEMATICA 2 17/07/2017	Cognome e Nome	firma

PARTE A

1. [6 pt] Data la serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{6n+3}}{3^{2n+1}(2n+1)!}$,

   (a) determinare l'insieme di convergenza;

   (b) calcolare la somma della serie $f(x)$;

2. [6 pt] Classificare i punti stazionari della funzione $f(x, y) = 4 + 8x^2y^2 - 2x^2 - 2y^2$.

3. [6 pt] Siano $f(x, y) = \frac{y}{x^2+y^2}$, Γ l'arco regolare $\mathbf{r}$ di equazione

$$\begin{cases} x = \rho(\theta)\cos\theta \\ y = \rho(\theta)\sin\theta \end{cases}, \quad \text{dove } \rho(\theta) = 1 + \cos\theta, \quad \theta \in [0, \pi]. \text{ Calcolare:}$$

   a) $|\mathbf{r}'(\theta)| =$ b) l'integrale curvilineo di 1^a specie $\displaystyle\int_\Gamma f\, ds =$

4. [6 pt] Dati $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ (x-2)^2 + y^2 \leq 4\}$, $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + (y-2)^2 \geq 4\}$, calcolare

   a) $\displaystyle\iint_A (x^2 + y^2)\, dx\, dy =$ b) $\displaystyle\iint_{A\cap B} (x^2 + y^2)\, dx\, dy =$

5. [4 pt] Scrivere l'equazione della retta tangente in $P = (\frac{5\sqrt{7}}{4}, -\frac{9}{4}, 0)$ alla curva γ definita implicitamente dal sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z - 16 = 0 \\ 9x^2 + 25y^2 - z^2 - 225 = 0 \end{cases}$$

6. [6 pt] Siano dati il campo $F(x, y, z) = (x - y + z, -x + y + z^2, \sinh(x^2 + y^2 + z^2))$ e la superficie $\Sigma = \{x^2 + y^2 + z^2 = 4, \ z \geq 1\}$. Calcolare, mediante il Teorema di Stokes, il flusso di $\operatorname{rot} F$ attraverso Σ, orientata verso l'alto, riportando i passaggi salienti.

PARTE B

7. [±10 pt] Vero o Falso (Attenzione: una risposta giusta vale 2.5 punti, una sbagliata -2.5, una lasciata in bianco 0.) Per ciascuna delle seguenti funzioni $\mathbf{r} : [a, b] \to \mathbb{R}^2$, dire se si tratta di un arco regolare ($\boxed{\text{VERO}}$), oppure no ($\boxed{\text{FALSO}}$)

   (a) $\mathbf{r} = (t^2, t^2), \quad t \in [-1, 1]$ $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$

   (b) $\mathbf{r} = (\cosh t, \sinh t), \quad t \in [-1, 1]$ $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$

   (c) $\mathbf{r} = \begin{cases} (t, t \sin \frac{1}{t}), & t \in (0, 1] \\ (0, 0), & t = 0 \end{cases}$ $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$

   (d) $\mathbf{r} = (t, t^2), \quad t \in [-4, 4]$ $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$

8. [9 pt] Sia data la funzione $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x, y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y^2}{|x| + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

   (a) Calcolare $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} F(x, y)$; $\boxed{}$

   (b) Calcolare, se esiste, $\nabla F(0, 0)$; $\boxed{}$

   (c) Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di F in $(0, 0)$, se esiste. $\boxed{}$

9. [5 pt] Enunciare il Teorema di Dini in $\mathbb{R}^2$.

10. [4 pt] Siano date $f \in C^1(\mathbb{R}^2)$ e $g \in C^1(\mathbb{R})$. Calcolare

$$\frac{d}{dx} f(x, g(x)) = \boxed{}$$

11. [6 pt] Sia $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} < 1\} \backslash \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = 0,\ 0 \leq x < 3\}$. Indicare

   (a) La parte interna di A $\boxed{}$

   (b) La frontiera di A $\boxed{}$

   (c) La chiusura di A $\boxed{}$