ANALISI MATEMATICA 2 16/07/2018	Cognome e Nome

PARTE A

1. [6 pt] Data la serie di potenze $f(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n} \frac{x^{3n}}{n!}$, determinare

   (a) l'insieme di convergenza $\boxed{}$ (b) $f^{(10)}(0)$ $\boxed{}$

   (c) la somma della serie $\boxed{}$

2. [6 pt] Sia $f(x, y) = e^{x-y}(x^2-2y^2)$. (a) Calcolare $\nabla f(x, y)$ $\boxed{}$

   (b) Indicare i punti stazionari di f $\boxed{}$ (c) Classificarli $\boxed{}$

3. [5 pt] Calcolare il lavoro L del campo

$$F(x, y) = \left(4 + \ln(y + 10), \frac{x+1}{y+10}\right) \qquad L = \boxed{}$$

   lungo la curva $\gamma(t) = (t \cos(2\pi t), t \sin(2\pi t))$, $t \in [0, 8]$.

4. [5 pt] Calcolare l'area della superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4y + z + 2x - 2 = 0,\ x \geq 1, -x + 1 > y \geq -2\}$$

$$|\Sigma| = \boxed{}$$

5. [6 pt] Dati il campo $F(x, y, z) = (2xz^2, 3x^2 + z, z^3 + x)$ e la superficie

$$\Sigma = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + 2z^2 = 4\right\},$$

   calcolare il flusso di F uscente da Σ, riportando i passaggi salienti.

   $\boxed{}$

6. [6 pt] Sia $\Sigma \subset \mathbb{R}^3$ la superficie sferica di centro l'origine e raggio 5. Calcolare

$$\min_{\Sigma} \left\{x^2 + y^2 + z^2 - x + 2y + 2z\right\} = \boxed{}$$

PARTE B

7. [± 6 pt] Vero o Falso (Attenzione: una risposta giusta vale 1 punto, una sbagliata -1, una lasciata in bianco 0.) Data la serie di potenze $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{x^n}{n}$

   (a) La serie converge puntualmente su $(-1,1]$ VERO FALSO

   (b) La serie converge totalmente su $(-1,1)$ VERO FALSO

   (c) La serie converge puntualmente su $(-1,1)$ VERO FALSO

   (d) La serie converge totalmente su $(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ VERO FALSO

   (e) La serie converge puntualmente su $[-1,1]$ VERO FALSO

   (f) La serie converge totalmente su $(-1,1]$ VERO FALSO

8. [5 pt] Enunciare il teorema di Fermat (per funzioni di n variabili).

9. [10 pt] Per ogni $\alpha > 0$ si consideri la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$f(x,y) := \begin{cases} \frac{x^3y^5}{(x^2+y^2)^\alpha} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   Determinare

   (a) per quali valori di α la funzione f è continua in $(0,0)$?

   (b) per quali valori di α la funzione f è differenziabile in $(0,0)$?

10. [6 pt] Sia $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x \leq 1, y \in (0,1) \cup (1,2]\}$. Indicare

    (a) La parte interna di A

    (b) La frontiera di A

    (c) La chiusura di A

11. [7 pt] Sia $x = g(y,z)$ la funzione definita implicitamente da

$$f(x,y,z) = 2e^{xy} + z\sin(x) + y^2 - 3 = 0,$$

    in un intorno di $(0,1,1)$. Calcolare

$$\frac{\partial g}{\partial y}(1,1) =$$