ANALISI MATEMATICA 2 11/09/2017	Cognome e Nome: SOLUZIONI	firma

PARTE A

1. [6 pt] Data la serie di potenze $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x-3)^n}{(n+n^2)5^{2n}}$,

   (a) determinare il raggio di convergenza: $\boxed{25}$

   (b) determinare l'insieme di convergenza: $\boxed{[-22, 28]}$

2. [6 pt] Calcolare i *punti* di massimo e minimo della funzione $f(x,y) = 2x - 3y$ sull'insieme $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 7y^2 = 3\}$.

   P.to di max: $\left(\frac{\sqrt{21}}{8}, -\frac{3\sqrt{21}}{28}\right)$ P.to di min: $\left(-\frac{\sqrt{21}}{8}, \frac{3\sqrt{21}}{28}\right)$

3. [6 pt] Calcolare il lavoro del campo $F(x,y) = \left(\frac{2x}{\pi}\sin(\pi y), x^2\cos(\pi y)\right)$ lungo la curva $\gamma(t) = (t, t^2/2)$, $t \in [0,1]$.

$$\int_\gamma F \cdot d\gamma = \boxed{\frac{1}{\pi}}$$

4. [6 pt] Siano dati la superficie cartesiana $\Sigma := \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = \sqrt{x^2+y^2},\ \ x^2+y^2 \le 4\right\}$ e la funzione $f(x,y,z) = z$. Calcolare

$$dS = \boxed{\sqrt{2}\,dxdy} \qquad \iint_\Sigma f\, dS = \boxed{\frac{16\pi\sqrt{2}}{3}}$$

5. [4 pt] Scrivere il polinomio di Taylor di ordine 2, della funzione $f(x,y) = \cosh(x^2) + \log(xy)$, nel punto $P = (1,1)$. (Distinguere la parte di ordine 0 e 1 (prima riga) e 2 (seconda riga))

$$\cosh(1) + (2\sinh(1) + 1)(x-1) + (y-1)$$

$$\frac{1}{2}(2\sinh(1) + 4\cosh(1) - 1)(x-1)^2 - \frac{1}{2}(y-1)^2$$

6. [6 pt] Calcolare, riportando i passaggi salienti, il volume dell'insieme

$$D = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \le 16,\ z \ge 2\right\}.$$

Per strati: $\Omega_z = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le 16 - z^2\}$

$$\mathrm{Vol}(D) = \int_2^4 \left(\iint_{\Omega_z} 1\, dxdy\right) dz = \int_2^4 \pi(16 - z^2)\, dz = \frac{40}{3}\pi$$

PARTE B

7. [±10 pt] Vero o Falso (Attenzione: una risposta giusta vale 2.5 punti, una sbagliata -2.5, una lasciata in bianco 0.) Sia dato il campo $\mathbf{F} \in C^1(\mathbb{R}^2;\mathbb{R}^2)$ e sia

$$I := \int_0^{2\pi} \mathbf{F}(\cos t, \sin t) \cdot (-\sin t, \cos t)\, dt.$$

   (a) Se $I = 0$, allora $\mathbf{F}$ è conservativo $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$
   (b) Se $I = 0$, allora $\mathbf{F}$ è irrotazionale $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$
   (c) Se $\mathbf{F}$ è conservativo, allora $I = 0$ $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$
   (d) Se $\mathbf{F}$ è irrotazionale, allora $I = 0$ $\boxed{\text{VERO}}$ $\boxed{\text{FALSO}}$

8. [9 pt] Sia data la funzione $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x,y) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{x^2|y|}{x^2+y^2}} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

   (a) Calcolare $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} F(x,y)$;
   (b) Calcolare, se esiste, $\nabla F(0,0)$;
   (c) Scrivere l'equazione del piano tangente al grafico di F in $(0,0)$, se esiste.

9. [5 pt] Enunciare il teorema di Green (noto anche come "Formula di Gauss-Green").

10. [4 pt] Siano date $f \in C^1(\mathbb{R}^3)$ e $g \in C^1(\mathbb{R}^2)$. Calcolare

$$\frac{\partial}{\partial y}\{f(x,y,g(x,y))\} =$$

11. [6 pt] Sia $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 < 4\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = 0,\ 2 \leq x \leq 4\}$. Indicare

   (a) La parte interna di A
   (b) La frontiera di A
   (c) La chiusura di A