

---

Matematica (Biotecnologie) – 02/02/2015

---

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Numero di matricola: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

---

**Tempo a disposizione:** 2h:30

**Punteggi:** *L'esercizio n. 5 vale 10 punti, tutti gli altri 5 punti*

---

**Esercizi 1-4 e 8:** *Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

**Esercizi 5-7:** *Per ogni esercizio risolto: riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.*

**Esercizi 9-11:** *Barrare la risposta corretta. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

---

---

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-4.  5-7.  8-11.  Totale.

---

---

1. Dire quali valori di  $x \in \mathbb{R}$  soddisfano la disequazione

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{(x^2-5x+6)} < 1.$$

---

2. Sia  $f(x) = \ln(1 + x^3)$ . Determinare il polinomio di Taylor di grado 2 e di centro  $x_0 = 1$ .

---

3. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 x^2 e^{x^3} dx.$$

---

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 10y'(x) + y(x) = 1 \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

---

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1.  2.  3.  4.

Tot.

---

5. Data la funzione

$$f(x) = \ln(1 - e^{-x}) + 1,$$

- a) precisare il dominio massimale e il segno;
- b) calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- c) studiare crescita, decrescenza e estremi relativi;
- d) studiare concavità, convessità e flessi;
- e) tracciarne il grafico.

---

6. Una popolazione ha legge di crescita esponenziale. Sapendo che il numero di individui quadruplica in 2 anni, calcolare in quanti anni la popolazione aumenta del 20% di una quantità iniziale.

---

7. Rappresentare in scala semilogy (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = 5^x \quad y = \frac{1}{3}10^{-2x}.$$

Dire inoltre qual è la funzione  $y = f(x)$  il cui grafico in scala loglog (in base 10) è la retta  $z = -5w + 2$ .

---

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 5.  6.  7.

Tot.

---

---

8. La popolazione Tibetana é composta dal 60 per cento di donne e dal 40 per cento di uomini. Inoltre il 30 per cento delle donne ed il 10 per cento degli uomini si dichiarano non vegetariani. Detto  $T$  il totale della popolazione Tibetana, calcolare la percentuale dei non vegetariani.

---

9. Dato un numero complesso  $z = a + ib$ . Quale delle seguenti affermazioni è vera?

a  $z\bar{z} = a^2 - b^2$

b Se  $a = 0$  e  $b \neq 0$  allora  $\frac{z}{\bar{z}}$  è un numero reale

c  $z^2$  è un numero reale

d  $z + \bar{z}$  è un numero puramente immaginario (cioé la sua parte reale é nulla).

---

10. Sia  $f(x) = 2xe^{2x^2}$ , allora la retta tangente al grafico di  $f$  nel punto di ascissa 0

a è verticale

b è orizzontale

c ha pendenza 2

d passa per il punto  $(1, 0)$ .

---

11. Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita dalla formula  $f(x) = (4x - 1)e^{x^2}$ . Allora

a  $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{4}e^{1/16}$

b  $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{4}e^{-1/16}$

c  $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{4}$

d  $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{3}$ .

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 8.  9.  10.  11.

Tot.

---