

---

Matematica (Biotecnologie) – 17/06/2015

---

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Numero di matricola: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

---

**Tempo a disposizione:** *2h:30*

**Punteggi:** *L'esercizio n. 5 vale 10 punti, tutti gli altri 5 punti*

---

**Esercizi 1-4 e 8:** *Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

**Esercizi 5-7:** *Per ogni esercizio risolto: riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.*

**Esercizi 9-11:** *Barrare la risposta corretta. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

---

---

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-4.  5-7.  8-11.  Totale.

---

---

1. Dire quali valori di  $x \in \mathbb{R}$  soddisfano la disequazione

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-x-20} \geq 1.$$

---

2. Sia  $f(x) = e^{4x-1} - 1$ . Calcolare  $(f^{-1})'(0)$

---

3. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{3x}{2x^2 + 5} dx.$$

---

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) + y(x) = 0 \\ y(0) = 2, \quad y'(0) = 1. \end{cases}$$

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1.  2.  3.  4.

Tot.

---

---

5. Data la funzione

$$f(x) = \ln(1 - x^3),$$

- a) precisare il dominio massimale e il segno;
- b) calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- c) studiare crescita, decrescenza e estremi relativi;
- d) studiare concavità, convessità e flessi;
- e) tracciarne il grafico.

---

6. Una popolazione ha legge di crescita esponenziale. Sapendo che il numero di individui triplica in 30 anni, calcolare in quanti anni la popolazione aumenta del 20% di una quantità iniziale.

---

7. Rappresentare in scala loglog (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = 5x^2 \quad y = \frac{4}{x^5}.$$

Dire inoltre qual è la funzione  $y = f(x)$  il cui grafico in scala semilogy (in base 10) è la retta  $z = 6x - 2$ .

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 5.  6.  7.

Tot.

---

---

8. Partendo da 5 litri di acqua, si vuole ottenere una soluzione di acqua e menta al 10%. Quanti litri di sciroppo di menta occorre aggiungere?

---

9. Dato  $a \in \mathbb{R}$ , si consideri la funzione  $f(x) = a^x$  con dominio  $\mathbb{R}$ . Allora

- a Se  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ , allora  $a > 1$   
 b Se  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ , allora  $a < 1$   
 c Se  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ , allora  $a = 1$   
 d Se  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ , allora  $a = e$

---

10. Sia  $f(x) = 2(x+1)e^{2x^2}$ , allora la retta tangente al grafico di  $f$  nel punto di ascissa 0

- a è verticale  b è orizzontale  
 c passa per il punto  $(-1, 0)$   d passa per il punto  $(1, 0)$ .

---

11. Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita dalla formula  $f(x) = x|x|$ . Allora

- a  $f$  non è derivabile  b  $f$  ha minimo in  $x = 0$   
 c  $f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$   d  $f$  è invertibile in  $\mathbb{R}$ .

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 8.  9.  10.  11.

Tot.

---