

---

Matematica (Biotecnologie) – 17/09/2015

---

Cognome e nome: \_\_\_\_\_

Numero di matricola: \_\_\_\_\_

Firma: \_\_\_\_\_

---

Tempo a disposizione: 2h:30

Punteggi: *L'esercizio n. 5 vale 10 punti, tutti gli altri 5 punti*

---

**Esercizi 1-4 e 8:** *Scrivere le soluzioni nei riquadri. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

**Esercizi 5-7:** *Per ogni esercizio risolto: riportare il procedimento e la soluzione su un foglio allegato. Possono essere assegnati punteggi parziali ma non vengono assegnati punti se manca il procedimento.*

**Esercizi 9-11:** *Barrare la risposta corretta. Non vengono assegnati punteggi parziali.*

---

---

Spazio riservato alla commissione.

Punti. 1-4.  5-7.  8-11.  Totale.

---

---

1. Trovare i valori  $x$  che soddisfano la seguente disequazione:

$$3^{x^2} \geq 9.$$

---

2. Trovare l'espressione della retta passante per i punti di coordinate  $(3, 0)$  e  $(2, 1)$ .

---

3. Trovare le soluzioni del seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} a + 3b + \frac{c}{2} = 2 \\ a + 2b - \frac{c}{2} = 1 \\ b = 7 \end{cases}$$

---

4. Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) = 3y(x) \\ y(0) = 2 \\ y'(1) = 3 \end{cases}$$

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 1.  2.  3.  4.

Tot.

---

---

5. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln |x|}{1 + x^2},$$

- a) precisare il dominio massimale e discutere il segno;
- b) dire se è pari o dispari e calcolare i limiti agli estremi del dominio;
- c) calcolare la derivata prima
- d) calcolare la derivata seconda
- e) sapendo che esiste un unico punto in cui  $f'(x) = 0$  ed un unico punto in cui  $f''(x) = 0$ , tracciare il grafico della funzione.

---

6. Un reperto contiene una sostanza radioattiva con decadimento esponenziale e tempo di dimezzamento di 1600 anni. Calcolare quanto tempo impiega la sostanza a ridursi del 94% della quantità iniziale.

---

7. Rappresentare in scala loglog (in base 10) i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = x^2 \quad y = 100 \cdot x^5.$$

Dire inoltre qual è la funzione  $y = f(x)$  il cui grafico in scala loglog (in base 10) è la retta  $z = -2x + 3$ .

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 5.  6.  7.

Tot.

---

---

8. Dato un volume  $V$  di soluzione di acqua ed alcool al 10%, stabilire quanto alcool (espresso in termini di  $V$ ) bisogna aggiungere per ottenere una soluzione al 75%.

---

9. Tracciare qui accanto il grafico di una funzione che soddisfi le seguenti proprietà:

a  $f$  è non limitata in  $(0, 1)$

b  $f$  è integrabile in  $[\frac{1}{10}, \frac{9}{10}]$

c  $f$  è positiva

d  $f'(\frac{1}{2}) = 0$ .

---

10. Il

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \sin \frac{1}{1-x}$$

a non esiste

b vale  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

c vale  $+\infty$

d vale  $\frac{\pi}{3}$ .

---

11. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

a  $2^{(a+b)} = 2^a + 2^b$

b  $3^{a^b} = b3^a$

c  $5^{(a-b)} = \frac{5^a}{5^b}$

d  $2^{-1} = -2$ .

---

Spazio riservato alla commissione

Punti: 8.  9.  10.  11.

Tot.

---