

**Corso di Algebra 1 - a.a. 2020-2021**

*Prova scritta del 13.07.2021*

**Esercizio 1**

Consideriamo il gruppo diedrale  $D_6 = \langle R, S, \mid o(R) = 6, o(S) = 2, SR = R^{-1}S \rangle$  e sia  $\phi : D_6 \rightarrow D_6$  l'omomorfismo definito da  $\phi(R) = R, \phi(S) = RS$ .

1. Determinare la classe di coniugio di  $S$  in  $D_6$ .
2. Dire se il centralizzante di  $S$  è un sottogruppo normale di  $D_6$ .
3. Dimostrare che  $\phi$  è un automorfismo di  $D_6$  e dire se è un automorfismo interno.

**Esercizio 2**

Consideriamo l'ideale  $I = (X^2 + 4X + 4, 2(X + 1)) \subseteq \mathbb{Z}[X]$ .

1. Dire se esiste un elemento  $\alpha \in \mathbb{Z}[X]/I$  tale che  $\alpha \neq 0$  e  $\alpha^2 = 0$ .
2. Dire se  $I$  è primo e/o massimale in  $\mathbb{Z}[X]$ .
3. Dire se  $I$  è primo e/o massimale in  $\mathbb{Q}[X]$ .