

Corso di Algebra Lineare - a.a. 2021-2022

Prova scritta del 9.2.2022

COMPITO C

Esercizio 1

Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso P e Q i punti di coordinate rispettivamente $(-1, 2, 3)$ e $(0, -1, 1)$ e siano v_1, v_2 e w i vettori di coordinate rispettivamente ${}^t(1, -1, 4)$, ${}^t(0, 3, -1)$ e ${}^t(-1, \frac{1}{11}, \frac{1}{11})$. Sia Π il piano passante per l'origine con giacitura generata da $\{v_1, v_2\}$. Determinare le equazioni cartesiane della retta r passante per Q e ortogonale a Π e le equazioni parametriche della retta s passante per P con giacitura generata da w . Determinare la posizione reciproca di r e s .

Punti: 4

Esercizio 2 Si consideri la matrice A_t dipendente a un parametro t reale.

$$A_t = \begin{pmatrix} -t & 0 & 5 \\ 0 & -2t & t \\ -5 & 0 & -3t \end{pmatrix}$$

- (1) Dire per quali valore del parametro reale t , A_t è diagonalizzabile sui reali.
- (2) Dire se esiste una base di \mathbb{R}^3 fatta da autovettori di A_{-7} e se esiste determinarne una.

Punti 5 + 3

Esercizio 3 Sia $q : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ la forma quadratica:

$$q \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = -3x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 - x_2^2 - 2x_2x_3 - 5x_3^2,$$

sia $\phi : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ la forma bilineare simmetrica corrispondente e sia $B \in M(3, \mathbb{R})$ tale che $\phi(v, w) = {}^t v B w, \forall v, w \in \mathbb{R}^3$.

- (1) Determinare la segnatura di q .
- (2) Determinare la matrice C associata a ϕ nella base $\{v_1 = {}^t(-\frac{1}{2}, 0, 0), v_2 = {}^t(\frac{2}{15}, \frac{1}{5}, 0), v_3 = {}^t(-2, -2, -2)\}$.
- (3) Dire se B e C sono simili.

Punti: 2+3+3

Corso di Algebra lineare - a.a. 2019-2020
Prova scritta del 9.2.2022, Compito C. Risultati

Nome:

Cognome:

Matricola:

ORALE:

- (1) In presenza
- (2) Online

ESERCIZIO 1**ESERCIZIO 2**

(1)

(2)

ESERCIZIO 3

(1)

(2)

(3)