Corso di Algebra Lineare - a.a. 2021-2022

Prova scritta del 19.1.2022

COMPITO **B**

Esercizio 1

Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso P il punto di coordinate $(3, 2, -1)$, siano v e w i vettori di coordinate rispettivamente ${}^t(1, -1, 1)$, ${}^t(2, -1, -1)$. Sia Π il piano con equazione cartesiana $\{7x - 5y + z - 10 = 0\}$ e sia W il sottospazio generato da v e w. Determinare le equazioni parametriche della retta r passante per P con giacitura ortogonale a W. Determinare la posizione reciproca di r e Π.

Punti: 4

Esercizio 2 Si consideri la matrice A_t dipendente a un parametro t reale.

$$A_t = \begin{pmatrix} t & -1 & -1 \\ 0 & t+2 & 2 \\ 1 & 0 & -t \end{pmatrix}$$

(1) Dire per quali valore del parametro reale t, A_t è diagonalizzabile sui reali.
(2) Calcolare autovalori e autovettori di A_0.

Punti 5 + 3

Esercizio 3 Consideriamo la matrice simmetrica $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$.

(1) Dire se esiste un sottospazio U di $\mathbb{R}^4$ di dimensione almeno 1 tale che $\forall v, w \in U$, ${}^t vBw = 0$.
(2) Dire se B è congruente a $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.
(3) Dire se esiste una matrice $A \in Mat(4, \mathbb{R})$ tale che A è congruente a B tale che $A^3 = -2I$.

Punti: 2+3+3

Corso di Algebra lineare - a.a. 2019-2020
Prova scritta del 19.1.2022, Compito **B**. Risultati

Nome: Cognome: Matricola:

ORALE:

(1) In presenza
(2) Online

ESERCIZIO 1

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

ESERCIZIO 3

(1)

(2)

(3)