Corso di Algebra Lineare - a.a. 2018-2019
Prova scritta del 18.6.2019
COMPITO **A**

Esercizio 1

Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso P, Q, R, T i punti di coordinate rispettivamente $(0,1,-1)$, $(0,0,1)$, $(1,-\frac{1}{2},2)$, $(1,2,3)$; siano v e w i vettori rispettivamente ${}^t(1,1,1)$ e ${}^t(1,-1,1)$.

(1) Determinare l'equazione cartesiana del piano Π passante per P, Q e R. Determinare una base per la giacitura del piano Π. Determinare le equazioni cartesiane della retta r passante per P con giacitura generata da v e le equazioni parametriche della retta r' passante per T con giacitura generata da w.
(2) Determinare le posizioni relative di Π e r' e di r e r'.
(3) Dire se esiste un punto C tale che la distanza di C da r sia uguale alla distanza di C da r' e se esiste determinare le sue coordinate.

Punti: (4+3+2)

Esercizio 2

Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro $x \in \mathbb{R}$, $F_x : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, tale che $F_x(1,1,1) = (x-4, x, 2+x)$ $F_x(1,-1,0) = (2-x, -x, 9-x)$, $F_x(1,0,-1) = (-7,0,1)$.

(1) Trovare la matrice A_x associata ad F_x nelle basi canoniche di $\mathbb{R}^3$.
(2) Dire per quali valore del parametro reale x, A_x è diagonalizzabile sui reali.
(3) Calcolare autovalori e autovettori di A_5.

Punti (3+5+3)

Esercizio 3

(1) Determinare la segnatura di $B_t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -t^2 & 0 \\ 0 & t^2-1 & 0 & 0 \\ -t^2 & 0 & -t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -t \end{pmatrix}$
(2) Dire se per qualche $t \in \mathbb{R}$ $B_t + I$ è definita positiva.
(3) Scrivere la forma quadratica associata a B_2.

Punti: (5+2+1)

Esercizio 4

Sia A una matrice reale di ordine 3 tale che $A^5 = I$ la matrice identità.
Vero o Falso:

(1) A è sempre diagonalizzabile sui complessi.
(2) Se A è ortogonale allora $A = I$.

Punti: (1+1)

Corso di Algebra Lineare - a.a. 2018-2019
Prova scritta del 18.6.2019
COMPITO **B**

Esercizio 1 Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso P, Q, R, T i punti di coordinate rispettivamente $(0, 1, -4)$, $(0, 0, -1)$, $(1, 0, -6)$, $(1, 1, 2)$; siano v e w i vettori rispettivamente ${}^t(1, 1, -8)$ e ${}^t(1, 1, -2)$.

(1) Determinare l'equazione cartesiana del piano Π passante per P, Q e R. Determinare una base per la giacitura del piano Π. Determinare le equazioni parametriche della retta r passante per P con giacitura generata da v e le equazioni cartesiane della retta r' passante per T con giacitura generata da w.
(2) Determinare le posizioni relative di Π e r e di r e r'.
(3) Dire se esiste un punto C tale che la distanza di C da r sia uguale alla distanza di C da r' e se esiste determinare le sue coordinate.

Punti: (4+3+2)

Esercizio 2

Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro $x \in \mathbb{R}$, $F_x : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, tale che $F_x(1, 1, 1) = (-x - 4, -x, 2 - x)$ $F_x(1, -1, 0) = (2 + x, x, 9 + x)$, $F_x(1, 0, -1) = (-7, 0, 1)$.

(1) Trovare la matrice A_x associata ad F_x nelle basi canoniche di $\mathbb{R}^3$.
(2) Dire per quali valore del parametro reale x, A_x è diagonalizzabile sui reali.
(3) Calcolare autovalori e autovettori di A_{-5}.

Punti (3+5+3)

Esercizio 3

(1) Determinare la segnatura di $B_t = \begin{pmatrix} 0 & 0 & t^2 & 0 \\ 0 & t^2-1 & 0 & 0 \\ t^2 & 0 & -t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -t \end{pmatrix}$
(2) Dire se per qualche $t \in \mathbb{R}$ $B_t + I$ è definita positiva
(3) Scrivere la forma quadratica associata a B_2.

Punti: (5+2+1)

Esercizio 4

Sia A una matrice reale di ordine 4 tale che $-A^4 = I$ la matrice identità.
Vero o Falso:

(1) A è sempre diagonalizzabile sui complessi.
(2) Se A è normale allora è antisimmetrica.

Punti: (1+1)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2018-2019
Prova scritta del 18.6.2019 Risultati

Nome: Cognome: Matricola:

Anno di corso: Mat. Fis. (crocettare)

Compito **A** **B** (crocettare)

ESERCIZIO 1

(1)

(2)

(3)

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

(3)

ESERCIZIO 3

(1)

(2)

(3)

ESERCIZIO 4 (crocettare V=vero o F= falso)

(1) V F
(2) V F

$$\begin{pmatrix} -3 & x-5 & 4 \\ 0 & x & 0 \\ 4 & x-5 & 3 \end{pmatrix}$$