Corso di Algebra Lineare - a.a. 2017-2018

Prova scritta del 16.7.2018

COMPITO **A**

Esercizio 1 Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento ortonormale in uno spazio euclideo di dimensione 3. Siano in esso P e Q i punti di coordinate rispettivamente $(1,-2,3)$ e $(3,-4,2)$, e A il punto di coordinate $(2,1,5)$; inoltre, siano v e w i vettori ${}^t(1,5,8)$ e ${}^t(3,1,-4)$ e sia S la sfera di equazione $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-5=0$.

a) Trovare centro e raggio di S e scrivere equazioni cartesiane per la retta r passante per P e Q e per il piano π passante per A la cui giacitura è generata da v e w;

b) determinare le posizioni relative di r e π, di π e S e determinare la distanza della retta r dal centro della sfera S;

c) sia S' una sfera di raggio R, π' un piano a distanza $d<R$ dal centro di S' e s una retta esterna alla sfera. Determinare (dimostrandolo) se esistono sempre rette contemporaneamente tangenti S', parallele a π' e secanti r, e se esistono, se esse sono un numero finito o infinito.

Punti: (3+4+3)

Esercizio 2

Si consideri l'applicazione lineare dipendente da un parametro reale t, $F_t:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$ tale che

$$F_t\begin{pmatrix}1\\5\\4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5t-7\\5t-35\\-20\end{pmatrix},\ F_t\begin{pmatrix}0\\3\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3t\\3t-21\\-15\end{pmatrix},\ F_t\begin{pmatrix}1\\-1\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}t-7\\t+7\\2t+10\end{pmatrix}.$$

(1) Determinare la matrice A_t associata a F_t nella base standard in partenza e in arrivo.

(2) Dire per quali valori del parametro reale t, A_t è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.

(3) Calcolare autovalori e autovettori di A_{-7}.

(4) Determinare la segnatura di $B_t=\begin{pmatrix}0&6t+1&0&t\\6t+1&0&3t&t\\0&3t&0&9t\\t&t&9t&0\end{pmatrix}$ al variare del parametro reale t.

Punti: (4+4+3+4)

Esercizio 3

(1) Dire se è vero o falso che ogni matrice $A\in M(2,\mathbb{R})$ tali che $A^2=3I$ è diagonalizzabile.

(2) Dire se è vero o falso che esiste una matrice $A\in M(3,\mathbb{R})$ tale che $A^2=3I$, A non è un multiplo dell'identità e A è diagonalizzabile.

(3) Dire se è vero o falso che esistono matrici $A\in M(4,\mathbb{R})$ tali che $A^*=3A+I$ e, se esistono, dire se sono tutte diagonalizzabili.

(4) Dire se è vero o falso che per ogni $A\in M(5,\mathbb{R})$ invertibile, ${}^tAA$ è congruente a $2I$.

Punti: (1+1+1+2)

Corso di Algebra lineare - a.a. 2017-2018
Prova scritta del 16.7.2018 Risultati

Nome: Cognome: Matricola:

Anno di corso: Mat. Fis. (crocettare)

Compito **A** **B** **C** **D** (crocettare)

ESERCIZIO 1

a)

b)

c)

ESERCIZIO 2

(1)

(2)

(3)

(4)

ESERCIZIO 3 (crocettare V=vero o F= falso)

(1) V F
(2) V F
(3) V F
(4) V F