

Corso di Teoria dei Gruppi - a.a. 2009-2010

Esercizi 1

1. Mostrare che un gruppo di ordine p^2 , dove p è primo, è ciclico o isomorfo al prodotto diretto di due gruppi ciclici di ordine p .
2. Verificare l'equazione delle classi per S_3 , S_4 e per il gruppo dei quaternioni.
3. Verificare l'equazione delle classi per il gruppo diedrale D_n .
4. Sia G un gruppo finito. Supponiamo che un elemento $g \in G$ abbia esattamente due coniugati. Mostrare che G ha un sottogruppo normale non banale.
5. (a) Trovare due elementi di A_5 che siano coniugati in S_5 ma non in A_5 .
(b) Determinare le classi di coniugio in A_5 e il numero dei loro elementi.
6. Sia p un primo. Sia G un gruppo di ordine p^n , e H un sottogruppo di ordine p^{n-1} . Mostrare che H è normale in G .
7. Mostrare che ogni gruppo di ordine 35 è ciclico.
8. Mostrare che un gruppo di ordine 28 ha un sottogruppo normale di ordine 7.