

## CORSO DI GEOMETRIA B

Appello del 20 giugno 2007

### Esercizio 1

Sia  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y^4 + z^3 = 0\}$ .

- (1) Mostrare che  $S$  è una superficie regolare orientabile di classe  $C^\infty$ .
- (2) Scrivere una parametrizzazione di  $S$ ,  $\underline{x} : \mathbb{R}^2 \rightarrow S$ .
- (3) Calcolare la prima e la seconda forma fondamentale di  $S$  nel punto  $\underline{x}(u, v)$ .
- (4) Determinare la natura dei punti di  $S$  al variare di  $(u, v)$ .
- (5) Sia  $\alpha(t) = (t^3(t-1), t, t)$ ,  $t > 1/2$ . Mostrare che  $\alpha(t)$  definisce una curva  $C$  regolare  $C^\infty$  contenuta in  $S$ .
- (6) Calcolare la curvatura e la torsione di  $C$  nel punto  $\alpha(t)$ .
- (7) Determinare la curvatura normale di  $C$  in  $S$ .
- (8) Dire se  $C$  è una geodetica.

### Esercizio 2

Fissato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale nel piano, si consideri la conica  $C$  di equazione:

$$y_1^2 + 2y_1y_2 + 3y_1 + 4y_2 + 1 = 0.$$

- (1) Dire se la conica è a centro.
- (2) Riconoscere la conica.
- (3) Determinare la forma canonica euclidea della conica  $C$ .