Geometria e Algebra Appello del 15 luglio 2020

☐ **0**	☐ **0**	☐ **0**	☐ **0**	☐ **0**	☐ **0**
☐ **1**	☐ **1**	☐ **1**	☐ **1**	☐ **1**	☐ **1**
☐ **2**	☐ **2**	☐ **2**	☐ **2**	☐ **2**	☐ **2**
☐ **3**	☐ **3**	☐ **3**	☐ **3**	☐ **3**	☐ **3**
☐ **4**	☐ **4**	☐ **4**	☐ **4**	☐ **4**	☐ **4**
☐ **5**	☐ **5**	☐ **5**	☐ **5**	☐ **5**	☐ **5**
☐ **6**	☐ **6**	☐ **6**	☐ **6**	☐ **6**	☐ **6**
☐ **7**	☐ **7**	☐ **7**	☐ **7**	☐ **7**	☐ **7**
☐ **8**	☐ **8**	☐ **8**	☐ **8**	☐ **8**	☐ **8**
☐ **9**	☐ **9**	☐ **9**	☐ **9**	☐ **9**	☐ **9**

$\longleftarrow$ Annerire le caselle per comporre il proprio numero di matricola. Durata: 1 ora. Vietato l'uso di appunti, libri, strumenti elettronici di calcolo e/o comunicazione (cell, smartphone, ...) pena l'esclusione. Le domande con il segno ♣ possono avere una o più risposte corrette. Risposte *gravemente* errate possono ottenere punteggi negativi.

Cognome e Nome:

....

....

Domanda [sottospazivettA] Quale dei seguenti è un *sottospazio vettoriale di* $\mathbb{R}^3$ *di dimensione* 2?

☐ $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z + 1 = 0\}$

☐ $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z^3 = 0\}$

■ Span $\left(\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\3\\3\end{pmatrix}\right)$.

☐ $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 2x + z = 0\}$

Domanda [sottospazivettB] Quale dei seguenti è un *sottospazio vettoriale di* $\mathbb{R}^3$ *di dimensione* 1?

☐ $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0\}$

☐ $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 2x + z + 1 = 0\}$

■ Span $\left(\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\2\\2\end{pmatrix}\right)$.

☐ $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^3 + y + z = 0\}$

Domanda [sottospazivettC] Quale dei seguenti è un *sottospazio vettoriale di* $\mathbb{R}^4$ *di dimensione* 2?

☐ $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = z + t + 1 = 0\}$

☐ $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x^5 + y + z + t = 0\}$

☐ Span $\left(\begin{pmatrix}1\\2\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}3\\6\\3\\0\end{pmatrix}\right)$.

■ $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = z - t = 0\}$

Domanda [`sottospazivettD`] Quale dei seguenti è un *sottospazio vettoriale di* $\mathbb{R}^4$ *di dimensione* 3?

- [ ] $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z + t + 1 = 0\}$
- [x] $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y + z + t = 0\}$
- [ ] Span $\left(\begin{pmatrix}1\\1\\1\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\1\\2\\0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\0\\1\\0\end{pmatrix}\right)$.
- [ ] $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x^3 + z = y + t = 0\}$

Domanda [`spettA`] Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix}4 & 6\\6 & 9\end{pmatrix}$. Si determini fra le seguenti una matrice ortogonale che diagonalizza A.

- [ ] $\begin{pmatrix}13 & 0\\0 & 0\end{pmatrix}$.
- [x] $\frac{\sqrt{13}}{13}\begin{pmatrix}3 & 2\\-2 & 3\end{pmatrix}$.
- [ ] $\frac{\sqrt{5}}{5}\begin{pmatrix}2 & 1\\-1 & 2\end{pmatrix}$.
- [ ] Non esiste perché A non è simmetrica.

Domanda [`spettB`] Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix}2 & 4\\4 & 8\end{pmatrix}$. Si determini fra le seguenti una matrice ortogonale che diagonalizza A.

- [ ] $\begin{pmatrix}10 & 0\\0 & 0\end{pmatrix}$.
- [x] $\frac{\sqrt{5}}{5}\begin{pmatrix}2 & 1\\-1 & 2\end{pmatrix}$.
- [ ] $\frac{\sqrt{13}}{13}\begin{pmatrix}3 & 2\\-2 & 3\end{pmatrix}$.
- [ ] Non esiste perché A non è simmetrica.

Domanda [`spettC`] Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix}2 & 2\\2 & 2\end{pmatrix}$. Si determini fra le seguenti una matrice ortogonale che diagonalizza A.

- [ ] $\begin{pmatrix}4 & 0\\0 & 0\end{pmatrix}$.
- [x] $\begin{pmatrix}\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2}\\-\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2}\end{pmatrix}$.
- [ ] $\frac{\sqrt{10}}{10}\begin{pmatrix}3 & 1\\-1 & 3\end{pmatrix}$.
- [ ] Non esiste perché A non è invertibile.

Domanda [spettD] Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 6 & 18 \end{pmatrix}$. Si determini fra le seguenti una matrice ortogonale che diagonalizza A.

- ☐ $\begin{pmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- ■ $\frac{\sqrt{10}}{10}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.
- ☐ $\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$.
- ☐ Non esiste perché A non è invertibile.

Domanda [detA] ♣ ♣ Sia A una matrice quadrata 3×3. Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono **necessariamente** vere.

- ☐ Se $\operatorname{rg} A < 3$, $\det A \neq 0$.
- ☐ $\det(-A) = \det A$.
- ■ Se $\det A \neq 0$ le colonne di A sono linearmente indipendenti.
- ■ $\det(2A) = 8 \det A$.

Domanda [detB] ♣ ♣ Sia A una matrice quadrata 3×3. Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono **necessariamente** vere.

- ■ Se $\det A \neq 0$, $\operatorname{rg} A = 3$.
- ■ $\det(-A) = -\det A$.
- ☐ Se $\det A = 0$ le colonne di A sono linearmente indipendenti.
- ☐ $\det(2A) = 2 \det A$.

Domanda [detC] ♣ ♣ Sia A una matrice quadrata 4×4. Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono **necessariamente** vere.

- ■ Se $\operatorname{rg} A = 4$, $\det A \neq 0$.
- ■ $\det(-A) = \det A$.
- ☐ Se $\det A \neq 0$ le colonne di A sono linearmente dipendenti.
- ☐ $\det(3A) = 3 \det A$.

Domanda [detD] ♣ ♣ Sia A una matrice quadrata 4×4. Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono **necessariamente** vere.

- ☐ Se $\det A = 0$, $\operatorname{rg} A = 3$.
- ☐ $\det(-A) = -\det A$.
- ■ Se $\det A = 0$ le colonne di A sono linearmente dipendenti.
- ■ $\det(2A) = 16 \det A$.

Domanda [coordBasisA] Quali fra le seguenti affermazioni è corretta se si considera la seguente base di $\mathbb{R}^3$: $\mathcal{B} = \left\{ \mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$, e $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$ è tale che $[\mathbf{u}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$?

- ■ $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -11 \end{pmatrix}$
- □ $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- □ $\mathbf{u} \in \mathrm{Span}(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$
- □ non è possibile determinare $\mathbf{u}$.

Domanda [coordBasisB] Quali fra le seguenti affermazioni è corretta se si considera la seguente base di $\mathbb{R}^3$: $\mathcal{B} = \left\{ \mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$, e $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$ è tale che $[\mathbf{u}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$?

- ■ $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 15 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix}$
- □ $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- □ $\mathbf{u} \in \mathrm{Span}(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_3)$
- □ non è possibile determinare $\mathbf{u}$.

Domanda [coordBasisC] Quali fra le seguenti affermazioni è corretta se si considera la seguente base di $\mathbb{R}^3$: $\mathcal{B} = \left\{ \mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}, \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix} \right\}$, e $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$ è tale che $[\mathbf{u}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$?

- ■ $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$
- □ $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- □ $\mathbf{u} \in \mathrm{Span}(\mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3)$
- □ non è possibile determinare $\mathbf{u}$.

Domanda [coordBasisD] Quali fra le seguenti affermazioni è corretta se si considera la seguente base di $\mathbb{R}^3$: $\mathcal{B} = \left\{ \mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \right\}$, e $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$ è tale che $[\mathbf{u}]_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$?

- ■ $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ -17 \\ -4 \end{pmatrix}$
- □ $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- □ $\mathbf{u} \in \mathrm{Span}(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2)$
- □ non è possibile determinare $\mathbf{u}$.