

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	20 giugno 2016
Cognome e Nome:	Matricola:
Corso di Laurea:	Anno di corso:

1. (6pt) Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento nello spazio euclideo e si considerino i punti A di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, B di coordinate $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e C di coordinate $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$.

- Si determini l'equazione parametrica della retta r che passa per A e B .
- Si stabilisca se i punti A, B, C sono allineati.
- Si determini l'intersezione P del piano π ortogonale a r passante per C con l'asse Ox .
- Si determini la proiezione ortogonale di P sulla retta r .

2. (6 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale h :

$$A = \begin{pmatrix} 2h & 0 & 2 \\ 1 & h & 1+h \\ 2 & 0 & 1+h \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2h \\ 3 \\ h \end{pmatrix}.$$

- Determinare il rango di A al variare di h :
- Determinare per quali valori di h il sistema ammette soluzioni:
- Determinare per quali valori di h la varietà lineare delle soluzioni del sistema ha dimensione 1:
- Sia $h = -2$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

3. (6 pt) Si consideri il sottospazio U di \mathbb{R}^4 definito come luogo delle soluzioni del sistema lineare omogeneo

$$\begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ x + 2y - 3z + 4t = 0 \\ x + 5z - 2t = 0 \end{cases}$$

- (a) Si determini dimensione di U e di U^\perp .
- (b) Si determini una base di U .
- (c) Si determini una base ortogonale di U^\perp .

-
4. (6 pt) Si considerino le seguenti matrici quadrate:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare gli autovalori di A e di B con relative molteplicità algebriche e geometriche.
- (b) Determinare una base di \mathbf{R}^3 formata di autovettori di A .
- (c) Determinare le equazioni cartesiane degli autospazi di B .
- (d) Le matrici A e B sono diagonalizzabili? Sono simili? Giustificare esplicitamente la risposta.
-

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	20 giugno 2016
Cognome e Nome:	Matricola:
Corso di Laurea:	Anno di corso:

1. **(6pt)** Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento nello spazio euclideo e si considerino i punti A di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, B di coordinate $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ e C di coordinate $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$.

- (a) Si determini l'equazione parametrica della retta r che passa per A e B .
- (b) Si stabilisca se i punti A, B, C sono allineati.
- (c) Si determini l'intersezione P del piano π ortogonale a r passante per C con l'asse Ox .
- (d) Si determini la proiezione ortogonale di P sulla retta r .

2. **(6 pt)** Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale h :

$$A = \begin{pmatrix} 2h & 0 & 0 \\ 1 & h-1 & h+1 \\ -1 & 1 & h-1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2h \\ 3 \\ h-3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare il rango di A al variare di h :
- (b) Determinare per quali valori di h il sistema ammette una ed una sola soluzione:
- (c) Determinare per quali valori di h il sistema non ha nessuna soluzione:
- (d) Sia $h = 0$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

3. **(6 pt)** Si consideri il sottospazio U di \mathbb{R}^4 definito come luogo delle soluzioni del sistema lineare omogeneo

$$\begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ x + 2y - 4z + t = 0 \\ x - y + 2z - 2t = 0 \end{cases}$$

- (a) Si determini dimensione di U e di U^\perp .
- (b) Si determini una base di U .
- (c) Si determini una base ortogonale di U^\perp .

-
4. **(6 pt)** Si considerino le seguenti matrici quadrate:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare gli autovalori di A e di B con relative molteplicità algebriche e geometriche..
- (b) Determinare una base di \mathbf{R}^3 formata di autovettori di A .
- (c) Determinare le equazioni cartesiane degli autospazi di B .
- (d) Le matrici A e B sono diagonalizzabili? Sono simili? Giustificare esplicitamente la risposta.
-

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	20 giugno 2016
Cognome e Nome:	Matricola:
Corso di Laurea:	Anno di corso:

1. (6pt) Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento nello spazio euclideo e si considerino i punti A di coordinate $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, B di coordinate $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e C di coordinate $\begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- Si determini l'equazione parametrica della retta r che passa per A e B .
- Si stabilisca se i punti A, B, C sono allineati.
- Si determini l'intersezione P del piano π ortogonale a r passante per C con l'asse Ox .
- Si determini la proiezione ortogonale di P sulla retta r .

2. (6 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale h :

$$A = \begin{pmatrix} 2h & 0 & 2 \\ 1 & h & 1+h \\ 2 & 0 & 1+h \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2-h \\ 1 \\ h \end{pmatrix}.$$

- Determinare il rango di A al variare di h :
- Determinare per quali valori di h il sistema ammette soluzioni:
- Determinare per quali valori di h il sistema ammette più di una soluzione:
- Sia $h = 1$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

3. (6 pt) Si consideri il sottospazio U di \mathbb{R}^4 definito come luogo delle soluzioni del sistema lineare omogeneo

$$\begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ 2x - 2y + 3z + 5t = 0 \\ x + 5y - 2t = 0 \end{cases}$$

- (a) Si determini dimensione di U e di U^\perp .
- (b) Si determini una base di U .
- (c) Si determini una base ortogonale di U^\perp .

-
4. (6 pt) Si considerino le seguenti matrici quadrate:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 7 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare gli autovalori di A e di B con relative molteplicità algebriche e geometriche..
- (b) Determinare una base di \mathbf{R}^3 formata di autovettori di A .
- (c) Determinare le equazioni cartesiane degli autospazi di B .
- (d) Le matrici A e B sono diagonalizzabili? Sono simili? Giustificare esplicitamente la risposta.
-

CORSO DI GEOMETRIA E ALGEBRA	20 giugno 2016
Cognome e Nome:	Matricola:
Corso di Laurea:	Anno di corso:

1. (6pt) Sia $Oxyz$ un sistema di riferimento nello spazio euclideo e si considerino i punti A di coordinate $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$, B di coordinate $\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ e C di coordinate $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$.

- Si determini l'equazione parametrica della retta r che passa per A e B .
- Si stabilisca se i punti A, B, C sono allineati.
- Si determini l'intersezione P del piano π ortogonale a r passante per C con l'asse Ox .
- Si determini la proiezione ortogonale di P sulla retta r .

2. (6 pt) Si consideri il sistema lineare $AX = B$, dove $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ è il vettore delle incognite, A e B sono le seguenti matrici dipendenti dal parametro reale h :

$$A = \begin{pmatrix} 2h & 0 & 0 \\ 1 & h-1 & h+1 \\ -1 & 1 & h-1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2h \\ h \\ h-3 \end{pmatrix}.$$

- Determinare il rango di A al variare di h :
- Determinare per quali valori di h il sistema ammette una soluzione unica:
- Determinare per quali valori di h il sistema non ammette soluzioni:
- Sia $h = 3$. Determinare la dimensione della varietà delle soluzioni e una sua rappresentazione parametrica:

3. (6 pt) Si consideri il sottospazio U di \mathbb{R}^4 definito come luogo delle soluzioni del sistema lineare omogeneo

$$\begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ x - 4y + z + 2t = 0 \\ x + 2y - 2z - t = 0 \end{cases}$$

- (a) Si determini dimensione di U e di U^\perp .
- (b) Si determini una base di U .
- (c) Si determini una base ortogonale di U^\perp .

-
4. (6 pt) Si considerino le seguenti matrici quadrate:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 7 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determinare gli autovalori di A e di B con relative molteplicità algebriche e geometriche.
- (b) Determinare una base di \mathbf{R}^3 formata di autovettori di A .
- (c) Determinare le equazioni cartesiane degli autospazi di B .
- (d) Le matrici A e B sono diagonalizzabili? Sono simili? Giustificare esplicitamente la risposta.
-