

COGNOME E NOME

Prova in itinere di Matematica ed Elementi di Statistica (28-11-2003)

Problema 1 (4 punti)

Tra tutti i triangoli rettangoli di ipotenusa 1 trovare quello con area massima.

- primo cateto = $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 - secondo cateto = $\frac{\sqrt{2}}{2}$
-

Problema 2 (6 punti: 2 punti per la prima parte e 1 punto per ciascuna delle altre) Per quale valore della costante k la funzione definita sull'intervallo $[-2, 2]$

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 - 2kx + 3 & \text{se } -2 \leq x < 0 \\ \log(2x + 1) + k & \text{se } 0 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

è continua nel punto $x = 0$. Per il valore k trovato calcolare il punto x_1 di massimo, il valore M di massimo, il punto x_2 di minimo e il valore m di minimo.

- $k = 3$
 - $x_1 = -2$
 - $M = 31$
 - $x_2 = 0$
 - $m = 3$
-

Problema 3 (4 punti, 1 ciascuno) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni nel punto indicato:

(a) $f(x) = 2 \sin x - 3 \cos x$ $f'(0) = 2$

(b) $f(x) = (e^{2x})(\pi x + 2x^2)$ $f'(1) = 3e^2\pi + 8e^2$

(c) $f(x) = \frac{e^{-x}}{2x}$ $f'(1) = -e^{-1}$

(d) $f(x) = \frac{e^x}{\sin(-x)}$ $f'(\frac{\pi}{2}) = -e^{\frac{\pi}{2}}$

Problema 4 (4 punti) In un grafico con scala logaritmica (sull'asse delle ascisse e sull'asse delle ordinate la scala è logaritmica)

1) è rappresentata la retta di equazione $Y = 2\pi X - 4$. Trovare il legame funzionale tra x e y dove $X = \log_{10} x$ e $Y = \log_{10} y$.

2) Scrivere il coefficiente angolare della retta che rappresenta su tale scala la funzione $y = \sqrt{17x^5}$

- Risposta 1) $y = \frac{1}{10000}x^{2\pi}$
- Risposta 2) $\frac{5}{2}$

Problema 5 (3 punti) Una data epidemia viene individuata quando ci sono 2048 casi di malati. Sapendo che il tempo di raddoppio della malattia è di circa 2 mesi, a quanto tempo prima risale il primo malato (adottare il modello di diffusione geometrico).

- Il primo malato risale a 22 mesi prima

Problema 6 (5 punti: 2.5 ciascuno)

Sono date le funzioni definite nel modo seguente :

$$f(x) = -2|x| + 3 \quad g(x) = 3e^{-x}$$

Scrivere la formula di $f(g(x))$ e di $g(f(x))$ e disegnare un grafico approssimativo di ciascuna.

- $f(g(x)) = -6e^{-x} + 3$
-
-
-
- $g(f(x)) = 3e^{2|x|-3}$
-
-
-

Problema 7 (6 punti: 3 ciascuno)

Calcolare l'area delle seguenti figure piane:

$$A = \{(x, y) \text{ t.c. } 1 \leq x \leq 3, \frac{1}{x^3} \leq y \leq 2x\}$$

$$B = \{(x, y) \text{ t.c. } 1 \leq y \leq 2, -1 \leq x \leq \frac{1}{y^3}\}$$

- Area di $A = 99 + \frac{1}{200} - \frac{1}{2}$
 - Area di $B = \frac{11}{8}$
-