

COGNOME E NOME

Prova in itinere di Matematica ed Elementi di Statistica (28-11-2003)

Problema 1 (4 punti)

Tra tutti i triangoli rettangoli di area 1 trovare quello con ipotenusa minima.

- primo cateto = $\sqrt{2}$
 - secondo cateto = $\sqrt{2}$
-

Problema 2 (6 punti:2 punti per la prima parte e 1 punto per ciascuna delle altre) Per quale valore della costante k la funzione definita sull'intervallo $[-1,1]$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - kx + 3 & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ \log(x+1) + k & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

è continua nel punto $x = 0$. Per il valore k trovato calcolare il punto x_1 di massimo, il valore M di massimo, il punto x_2 di minimo e il valore m di minimo.

- $k = 3$
 - $x_1 = -1$
 - $M = 7$
 - $x_2 = 0$
 - $m = 3$
-

Problema 3 (4 punti, 1 ciascuno) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni nel punto indicato:

(a) $f(x) = \sin x + \cos x$ $f'(0) = 1$

(b) $f(x) = (e^x - 1)(\pi x - x^2)$ $f'(1) = 2\pi e - 3e - \pi + 2$

(c) $f(x) = \frac{e^{2x}}{2x}$ $f'(1) = \frac{e^2}{2}$

(d) $f(x) = \frac{-e^{x^2}}{\sin(x)}$ $f'(\frac{\pi}{2}) = -\pi e^{\frac{\pi^2}{4}}$

Problema 4 (4 punti) In un grafico con scala logaritmica (sull'asse delle ascisse e sull'asse delle ordinate la scala è logaritmica)

1) è rappresentata la retta di equazione $Y = \pi X - 1$. Trovare il legame funzionale tra x e y dove $X = \log_{10} x$ e $Y = \log_{10} y$.

2) Scrivere il coefficiente angolare della retta che rappresenta su tale scala la funzione $y = \sqrt{5x^3}$

- Risposta 1) $y = \frac{1}{10}x^\pi$
- Risposta 2) $\frac{3}{2}$

Problema 5 (3 punti) Una data epidemia viene individuata quando ci sono 1024 casi di malati. Sapendo che il tempo di raddoppio della malattia è di circa 15 giorni, a quanto tempo prima risale il primo malato (adottare il modello di diffusione geometrico).

- Il primo malato risale a 150 giorni prima

Problema 6 (5 punti:2.5 ciascuno)

Sono date le funzioni definite nel modo seguente :

$$f(x) = -|x| + 1 \quad g(x) = e^{-2x}$$

Scrivere la formula di $f(g(x))$ e di $g(f(x))$ e disegnare un grafico approssimativo di ciascuna di esse

- $f(g(x)) = -e^{-2x} + 1$
-
-
- $g(f(x)) = e^{2|x|-2}$
-
-

Problema 7(6 punti: 3 ciascuno)

Calcolare l'area delle seguenti figure piane:

$$A = \{(x, y) \text{ t.c. } 1 \leq x \leq 10, \frac{1}{x} \leq y \leq x\}$$

$$B = \{(x, y) \text{ t.c. } 1 \leq y \leq 2, -1 \leq x \leq \frac{1}{y}\}$$

- Area di $A = \frac{99}{2} - \log_e 10$
 - Area di $B = \log_e 2 + 1$
-