COGNOME E NOME

Seconda Prova in itinere di Matematica ed Elementi di Statistica (2-2-2004)

Problema 1 (4 punti)
Tra tutti i rettangoli di area 1 trovare quello con perimetro minimo.

- primo lato = 1
- secondo lato =1

Problema 2 (6 punti:2 punti per la prima parte e 1 punto per ciascuna delle altre) Per quale valore della costante k la funzione definita sull'intervallo [-1,1]

$$f(x) = \begin{cases} kx + 2 & \text{se} \quad -1 \leq x < 0 \\ e^x - k & \text{se} \quad 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

è continua nel punto $x = 0$. Per il valore k trovato calcolare il punto x_1 di massimo , il valore M di massimo, il punto x_2 di minimo e il valore m di minimo.

- $k = -1$
- $x_1 = 1$
- $M = e + 1$
- $x_2 = 0$
- $m = 2$

Problema 3 (6 punti, 2 ciascuno) Sono date le funzioni:

(a) $f(x) = \log_e x =$

(b) $g(x) = \frac{1}{x}$

(c) $h(x) = 3x$

Calcolare le derivate delle seguenti funzioni nel punto indicato:

(a) $f(g(x))'(2) = -\frac{1}{2}$

(b) $g((f(x))'(2) = \frac{-1}{(\log_e 2)^2}$

(c) $h(f(x))'(3) = 1$

Problema 4 (4 punti) In un grafico con scala logaritmica (sull'asse delle ascisse e sull'asse delle ordinate la scala è logaritmica)

1) è rappresentata la retta di equazione $Y = -3X - 1$. Trovare il legame funzionale tra x e y dove $X = \log_{10} x$ e $Y = \log_{10} y$.

2) Scrivere l'equazione della retta che rappresenta su tale scala la funzione $y = \sqrt{x}^3$

- Risposta 1)$y = \frac{1}{100}x^{-3}$
- Risposta 2)$Y = \frac{3}{2}X$

Problema 5 (3 punti) Dopo 5 giorni la quantità di radioattività prodotta da una esplosione nucleare si è dimezzata. Quanti giorni sono necessari affinchè scompaia si riduca a $\frac{1}{128}$ di quella iniziale?

- Sono necessari 35 giorni.

Problema 6 (5 punti:3 al primo e 1 ciascuno agli altri due)
È data la funzione:

$$f(x) = \log_e |1 - x|$$

1. Trovare il dominio di f e disegnare un grafico qualitativo della funzione nel quale siano messi in evidenza: intervalli di crescenza e decrescenza della funzione, massimi e minimi relativi, limiti agli estremi del dominio.
2. Trovare il massimo assoluto della funzione nell'intervallo $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$
3. Trovare il minimo assoluto della funzione nell'intervallo $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

RISPOSTE:

1. grafico di $f(x)) =$ sul foglio a parte
2. massimo assoluto nel punto di coordinate:$(-\frac{1}{2}, \log_e(\frac{3}{2})$
3. minimo assoluto nel punto di coordinate:$(\frac{1}{2}, \log_e(\frac{1}{2})$

Problema 7(4 punti)

Calcolare l'area della regione limitata del semipiano $x \geq 0$ compresa tra l'asse x, la retta $3x - y = 0$ e la parabola $y = -x^2 + 4$

- Area $=\frac{19}{6}$
