

Esercizi 3 novembre 2003

Problema 1) In una data regione un'epidemia viene individuata quando ci sono 2^9 casi di quella malattia. Sapendo che il tempo di raddoppio dei casi è di tre mesi, dire quanti mesi prima c'è stato il primo caso di malattia.

Problema 2) Il tempo di dimezzamento dell'isotopo ^{13}N è di dieci minuti. Esprimete con approssimazione per difetto al minuto il tempo necessario affinché una certa quantità di ^{13}N si riduca al 6.25% della quantità iniziale.

Problema 3) Una progressione aritmetica ha termini $S(2) = 11$, $S(5) = 2$. Calcolarne la ragione ed il termine $S(8)$.

Problema 4) Sono date le funzioni definite nel modo seguente :

$$f(x) = |x| + 2 \quad g(x) = -\log_e(x)$$

Per ciascuna di esse specificare il dominio e stabilire se è iniettiva e suriettiva. Dove possibile dire se è invertibile.

Scrivere la formula di $f(g(x))$ e di $g(f(x))$

Disegnare un grafico qualitativo di $f(g(x))$ e di $g(f(x))$ dal quale sia chiaro : dominio della funzione, massimi, minimi, limiti agli estremi dell'insieme di definizione.

Problema 5) Sono date le seguenti funzioni:

$$f(x) = x^2 - 1 \quad e \quad g(x) = \frac{1}{x}$$

Per ciascuna di esse specificare il dominio e stabilire se è iniettiva e suriettiva. Dove possibile dire se è invertibile.

Scrivere le formula di $f(g(x))$ e quella di $g(f(x))$

Disegnare un grafico qualitativo di $f(g(x))$

Problema 6) Siano f e g le funzioni così definite:

$$\begin{cases} e^x & \text{se } 2 \leq x \leq 3 \\ -1 & \text{se } 0 < x < 2 \end{cases}$$

$$g(x) = \log|x|$$

Disegnare il grafico delle funzioni $h(x) = g(f(x))$ e $k(x) = f(g(x))$ dopo averne trovato il dominio.

Problema 7) Siano f e g le funzioni così definite:

$$f(x) = e^x$$

$$g(x) = \log(|x|) + 1$$

Disegnare il grafico delle funzioni $h(x) = g(f(x))$ e $k(x) = f(g(x))$;

Problema 8) Siano f e g le funzioni così definite:

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = \log(|x + 1| + 1)$$

Disegnare il grafico delle funzioni $h(x) = g(f(x))$ e $k(x) = f(g(x))$;

Problema 9) Siano: $f(x) = |x^2 - 1|$ $g(x) = -x$ $h(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x > 0 \\ 1 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$ Scrivere la formula di

$f(g(x))$ e $g(f(x))$ e disegnare tutte le altre composizioni.

Problema 10) Trovare l'insieme di definizione delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \log(x^2)$$

$$f_2(x) = \log \frac{x}{x^2 - 1}$$

$$f_3(x) = \sqrt{\log(x^2)}$$

Problema 11) Trovare gli eventuali punti in cui non sono definite le seguenti funzioni. Tra i punti in cui sono definite trovare quelli in cui sono continue:

$$g_1(x) = \begin{cases} x + 2x^2 & \text{se } x > 0 \\ \log(x + 1) & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

$$g_2(x) = \begin{cases} \frac{2x+x^2+1}{x-1} & \text{se } x > 0 \\ |(x-1)| & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

$$g_3(x) = \begin{cases} \cos 2x & \text{se } x > \frac{\pi}{6} \\ \frac{3}{\pi}x & \text{se } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6} \\ e^x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Problema 12) Disegnare il grafico della funzione :

$$f(x) = |-e^{2x} + 1|$$