

COGNOME E NOME

Soluzioni Prima Prova in itinere di Matematica ed Elementi di Statistica 24-10-2002

Problema 1 (6 punti, 2 punti ciascuno)

Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - 1}{(\sin x)^2} = +\infty$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi x^3 + 2}{2x^3 - 2x + 1} = \frac{\pi}{2}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sin x)^2 + 1}{2x} = +\infty$$

Problema 2 (6 punti:2 punti per la prima parte e 1 punto per ciascuna delle altre) Per quale valore della costante k la funzione definita sull'intervallo $[-1,1]$

$$f(x) = \begin{cases} |\log_e(-2x + 2)| & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ 2kx^2 + k & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

è continua nel punto $x = 0$. Per il valore k trovato calcolare il punto x_1 di massimo, il valore M di massimo, il punto x_2 di minimo e il valore m di minimo.

- $k = \log_e 2$
- $x_1 = 1$
- $M = 3 \log_e 2$
- $x_2 = 0$
- $m = \log_e 2$

Problema 3 (6 punti, 1.5 punti ciascuno) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$(a) f(x) = 3x^{-4} + x^2 + x - 1 \qquad f'(x) = -12x^{-5} + 2x + 1$$

(b) $f(x) = (x^3 - 1)(\pi x^3 + x^2 + 2x - 1)$
 $f'(x) = 3x^2(\pi x^3 + x^2 + 2x - 1) + (x^3 - 1)(3\pi x^2 + 2x + 2)$

(c) $f(x) = \frac{\pi}{2x + 1}$ $f'(x) = \frac{-2\pi}{(2x+1)^2}$

(d) $f(x) = \frac{2e^{-2x}}{\sin(3x)}$
 $f'(x) = \frac{-4e^{-2x} \sin(3x) - 6e^{-2x} \cos(3x)}{\sin^2(3x)}$

Problema 4 (5 punti)

Tra tutti i parallelepipedi rettangoli con base un triangolo equilatero e con volume di 1 dm^3 trovare quello di superficie totale minima.

- lato di base = $4^{\frac{1}{3}}$
- altezza = $\frac{4^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{3}}$

Problema 5 (4 punti) Definiamo concentrazione di una soluzione il rapporto tra il peso del soluto e il peso della soluzione

Dati 2 kg. di soluzione concentrata al 30%, calcolare:

- 1) la quantità di solvente da aggiungere per averla concentrata al 20%
- 2) la quantità di soluto da aggiungere per averla al 50%.

- Risposta 1) 1000 grammi
- Risposta 2) 800 grammi

Problema 6 (4 punti) In un grafico con scala semilogaritmica (sull'asse delle ascisse la scala è lineare mentre sull'asse delle ordinate la scala è logaritmica)

1) è rappresentata la retta di equazione $Y = -X + 2$. Trovare il legame funzionale tra x e y dove $X = x$ e $Y = \log_{10} y$.

2) Scrivere il coefficiente angolare della retta che rappresenta su tale scala la funzione $y = 3e^{2x}$

- Risposta 1) $y = 10^{-x+2}$
- Risposta 2) $m = 2 \log_{10} e$

Problema 7 (4 punti) In una data regione un'epidemia viene individuata quando ci sono 2^9 casi di quella malattia. Sapendo che il tempo di raddoppio dei casi è di tre mesi, dire quanti mesi prima c'è stato il primo caso di malattia.

- Soluzione: il primo caso di malattia è stato 27 mesi prima.