

COGNOME E NOME

Prova di Seconda Prova in itinere di Matematica ed Elementi di Statistica

Problema 1 (8 punti)

Un'urna contiene 5 palline bianche e 3 nere.

a) Si fanno quattro estrazioni successive con reimbussolamento. Calcolare le seguenti probabilità:

- a) probabilità che siano tutte bianche =
- b) probabilità che siano tutte nere =
- c) probabilità che la prima sia bianca e le altre tre nere =
- d) probabilità che siano una bianca e tre nere =

b) Risolvere lo stesso problema ma con l'ipotesi che le palline estratte di volta in volta non vengano reimbussolate.

- a) probabilità che siano tutte bianche =
- b) probabilità che siano tutte nere =
- c) probabilità che la prima sia bianca e le altre tre nere =
- d) probabilità che siano una bianca e tre nere =

c) Indichiamo con p il numero delle palline bianche uscite dopo 4 estrazioni e con q il numero di quelle nere e con X la variabile aleatoria $X = |p - q|$.

Calcolare la media di X =

Problema 2 (6 punti, 3 punti ciascuno)

Dire se i seguenti integrali impropri sono finiti o infiniti, giustificando in ciascun caso la risposta:

- $\int_1^{\infty} x^2 e^{-2x^3} dx$: giustificazione:
 - $\int_1^{\infty} x^2 e^{-2x^3} \cdot |\cos^2(x)| dx$ giustificazione:
-

Problema 3 (5 punti, 2.5 punti ciascuno) Un test diagnostico con specificità e sensibilità entrambe del 98% viene applicato come screening di massa. Sapendo che per dati epidemiologici è noto che la prevalenza della malattia suddetta all'interno della popolazione è del 10%, calcolare:

- a) La probabilità di avere la malattia se il test ha dato risultato negativo.

b) la probabilità di non avere la malattia se il test ha dato risultato positivo.

Ricordo le definizioni:

Specificità= probabilità che il test dia esito negativo in un soggetto sano; Sensibilità= probabilità che il test dia esito positivo in un soggetto malato; Prevalenza= percentuale di soggetti malati nell'intera popolazione

- Risposta 1)
- Risposta 2)

Problema 4 (5 punti)

È data l'equazione differenziale:

$$y'(x) = -y(x)$$

Trovare la soluzione che soddisfa alla condizione iniziale $y(0) = 1$. Fare uno schizzo del grafico della soluzione.

- $y(x) =$
- Grafico =

Problema 5 (4 punti: 2 punti ciascuno) Definiamo **concentrazione di una soluzione il rapporto tra il peso del soluto e il peso della soluzione.**

1) Dati 5 kg. di soluzione concentrata al 12%, calcolare la quantità di solvente da aggiungere per averla concentrata al 20%

2) Sapendo che una soluzione è concentrata al 15% e che aggiungendo 100 grammi di soluto si ottiene una soluzione concentrata al 20%, calcolare il peso della soluzione iniziale.

- Risposta 1)
- Risposta 2)

Problema 6 (4 punti) Dati i seguenti dati numerici assunti da una variabile statistica X:

5,11,9,8,10,12,12,9,9

Calcolare media, moda, mediana, primo secondo, terzo quartile, varianza e scarto quadratico medio

Media= Moda= Mediana= Primo quartile=

Terzo quartile= Varianza= Scarto quad. medio=
