

# COGNOME E NOME

---

## Prima Prova in itinere di Matematica ed Elementi di Statistica 15-11-2002

---

### Problema 1 (6 punti, 2 punti ciascuno)

Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{2x} - 1}{x} =$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2x}{x^2 - 1} =$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(2x)}{x} =$$

---

### Problema 2 (7 punti: 2 punti ciascuna per le prime due parti e 1 punto per ciascuna delle altre) Sono date le seguenti funzioni

$$f(x) = \begin{cases} |x + 1| & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 & \text{se } 0 < x \end{cases}$$

e

$$g(x) = x + 1$$

Scrivere le formula di  $f(g(x))$  e quella di  $g(f(x))$  Inoltre di  $g(f(x))$  trovare il punto  $x_1$  di minimo e il valore  $m_1$  di minimo. Dire inoltre perché la funzione  $g(f(x))$  non ha massimo.

- $f(g(x)) =$
- $g(f(x)) =$
- $x_1 =$
- $m =$
- $g(f(x))$  non ha massimo perché.....

---

### Problema 3 (6 punti, 2 punti ciascuno) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni nel punto indicato:

$$(a) f(x) = 3x^2 + x^{-1} \quad f'(1) =$$

(b)  $f(x) = (x^{2\pi} - 1)(x^2 + 2x - 1)$        $f'(1) =$

(c)  $f(x) = \frac{x^{-1}}{2x + 1}$        $f'(1) =$

---

**Problema 4 (4 punti)**

Dire perché la funzione  $f(x) = x^5 + x^3 + x + 1$  è invertibile su tutto  $\mathbf{R}$  e calcolare  $(f^{-1})'(4)$  ( si osservi che  $f(1) = 4$ )

- $f$  è invertibile perché .....
- $(f^{-1})'(4) =$

---

**Problema 5 (4 punti)** Definiamo concentrazione di una soluzione il rapporto tra il peso del soluto e il peso della soluzione

- 1) Sono dati 2 kg. di soluzione (soluzione=soluto + solvente). Sapendo che aggiungendo 600 grammi di solvente la soluzione risulta concentrata al 25%, calcolare la concentrazione iniziale della soluzione.
- 2) È data una soluzione concentrata al 20%. Sapendo che aggiungendo 600 grammi di soluto la soluzione risulta concentrata al 30%, calcolare il peso iniziale della soluzione.
- Risposta 1)
- Risposta 2)

---

**Problema 6 (4 punti)** In un grafico con scala logaritmica (sull'asse delle ascisse e sull'asse delle ordinate la scala è logaritmica)

- è rappresentata la retta di equazione  $Y = -X + 2$ . Trovare il legame funzionale tra  $x$  e  $y$  dove  $X = \log_{10} x$  e  $Y = \log_{10} y$ .
- Scrivere l'equazione della retta che rappresenta su tale scala la funzione  $y = \sqrt{2x}$
- Risposta 1)
- Risposta 2)

---

**Problema 7 (4 punti)** Il tempo di dimezzamento dell'isotopo  $^{13}\text{N}$  è di dieci minuti. Esprimete con approssimazione per difetto al minuto il tempo necessario affinché una certa quantità di  $^{13}\text{N}$  si riduca al 12.5% della quantità iniziale.

- Tempo =